

اندرکنش امواج آلفون با پرتو الکترونی در پلاسمای فضایی

سمانه فتحی زاده^۱، محبوب حسین پور^۱، سمیرا فتحی زاده^۲

^۱ دانشگاه تبریز

^۲ دانشگاه صنعتی ارومیه

چکیده

با توجه به ماهیت امواج آلفون، تحریک و انتشار این امواج در پلاسماهای مغناطیسه مخصوصاً پلاسمای فضایی پدیده‌ای کاملاً عادی است. این امواج عرضی مغناطو هیدرودینامیکی فرکانس پایین، در مقایسه با فرکانس نوسانات پلاسمایی، در امتداد میدان مغناطیسی منتشر می‌شوند و همراه با نوسانات فضایی و زمانی میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی هستند. وجود این امواج در محیط پلاسمای مغناطیسه خورشیدی رصد شده است. از طرفی، سازوکارهای مختلف پلاسمایی منجر به ایجاد باریکه الکترونی پراثری در ناحیه تاج خورشیدی می‌شود که اندرکنش باریکه الکترونی با پلاسمای محیط می‌تواند منجر به تولید امواج الکترومغناطیسی مخصوصاً در طیف رادیویی گردد. از این رو برای مطالعه این اندرکنش موج-ذره، مشخص بودن تابع توزیع باریکه الکترونی ضروری است. اندرکنش امواج آلفون با باریکه الکترونی می‌تواند تابع توزیع باریکه الکترونی را تحت تاثیر قرار دهد.

حرکت یک ذره باردار توسط میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی کنترل می‌شود که ممکن است میدان‌هایی باشند که توسط سایر ذرات باردار متحرک ایجاد می‌شوند یا نیرهای اعمال شده از بیرون هستند. برخورد با ذرات دیگر نیز البته بر حرکت تأثیر می‌گذارد.

میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی

ذره باردار با بار q ، در میدان الکتریکی E ، به نیروی کولنی منجر می‌شود.

F_C روی واحد بار مثبت:

$$F_C = qE \quad (1)$$

نیروی لورنتز F_L روی واحد بار مثبت:

$$F_L = q(v \times B) \quad (2)$$

حرکت یک ذره می‌تواند میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را تغییر دهد که منجر به تغییر حرکت ذرات دیگر می‌شود. میدان‌های الکترومغناطیسی خارجی نیز مهم هستند و توسط معادلات ماکسول کنترل می‌شوند:

$$\nabla \times B = \mu_0 J + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (4)$$

$$\nabla \times E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (5)$$

که چگالی جریان، J و چگالی بار، ρ مربوط به چگالی و سرعت الکترون و یون هستند:

$$\rho = e(n_i - n_e) \quad (6)$$

$$J = e(n_i v_i - n_e v_e) \quad (7)$$

معادله حرکت برای ذرات باردار در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با استفاده از قانون دوم نیوتن:

$$m \frac{dv}{dt} = q(E + v \times B) \quad (9)$$

اگر میدان الکتریکی وجود نداشته باشد، سرعت و انرژی جنبشی ذرات تا زمانی که میدان مغناطیسی استاتیکی باشد، تغییر نمی کند، زیرا نیروی لورنتس عمود بر میدان عمل می کند و فقط جهت ذرات حاصل تغییر می کند. این ذره حرکت سیکلوترونی را دنبال می کند. حرکت مارپیچی^۱، در صورت وجود سرعت اولیه موازی با میدان مغناطیسی ایجاد می شوند. برای توصیف حرکت مارپیچی میتوان از پارامتر زاویه پیچشی استفاده کرد [۲۱].

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}}\right) \quad (10)$$

که در آن مولفه های سرعت عمود و موازی با میدان مغناطیسی، در نظر گرفته می شوند.

یک میدان الکتریکی استاتیکی، باعث ایجاد سوق در مرکز هدایت ذرات چرخشی می شود و به عنوان سوق $E \times B$ شناخته می شود. ذرات با بار مثبت و منفی در یک جهت حرکت می کنند. در چارچوب ذره متحرک، میدان الکتریکی به صورت:

$$E' = E + v \times B \quad (11)$$

با توجه به اینکه ذرات برای برآوردن شرایط پلاسما باید آزاد بمانند، میدان الکتریکی در چارچوب مختصات ذره، E' باید صفر باشد. این منجر به:

$$E = -v \times B \quad (12)$$

سوق مهم دیگر وقتی ایجاد می شود که میدان الکتریکی با زمان تغییر کند.

بنابراین جریانی تشکیل می شود که عمدتاً توسط یون ها حمل می شود. تغییرات میدان مغناطیسی انرژی به ذره منتقل نمی کند، زیرا نیرو همیشه عمود بر سرعت ذره است. با این حال، یک میدان مغناطیسی متغیر با زمان، یک میدان الکتریکی را القا می کند که می تواند سرعت ذره را تغییر دهد. شیب مغناطیسی و انحنای نیز منجر به سوق ذرات می شود.

مطالعه حرکات ذره ی باردار در پلاسما، تحت تاثیر میدان های الکتریکی و مغناطیسی متغیر با زمان و فضا از نظر تحلیلی بسیار دشوار است. در اکثر مطالعات مرتبط با پلاسما، تقریب یا ساده سازی برای کمک به محاسبه پارامترهای پلاسما صورت گرفته است.

در نظریه جنبشی، حرکت ذرات منفرد با استفاده از توزیع های آماری در منحنی های فضای فاز، یعنی تابعی از سرعت، موقعیت و زمان در نظر گرفته می شود.

فیزیک اندرکنش الکترون با امواج آلفون به دور از درک کامل است و تعدادی از سؤالات کلیدی بی پاسخ مانده اند. هنگامی که سطح تلاطم آلفونی به اندازه کافی پایین باشد، یکی از متداول ترین رویکردهای نظری، معادله جنبشی شبه خطی است. در این نظریه، اندرکنش الکترون ها با امواج آلفون توسط شرایط تشدید سیکلوترونی^۲ کنترل می شود.

$$\omega \pm \Omega_e - kv_{\parallel} \simeq 0 \quad (13)$$

که $\omega = kv_A$ رابطه پراکندگی موج آلفون، k بردار موج، $v_A = \frac{B_0}{(4\pi n_0 m_e)^{1/2}}$ سرعت آلفون، B_0 شدت میدان مغناطیسی، n_0 چگالی پلاسما و m_e جرم الکترون، $\Omega_e = \frac{q_e B_0}{m_e c}$ فرکانس سیکلوترونی الکترونی و v_{\parallel} مولفه سرعت موازی با B_0 است.

^۱-Helical

^۱-Gyroresonance

به جز برای ذرات سنگین رابطه $|\omega| = |kv_A| \ll |\Omega_e|$ مورد قبول است. این بدان معنی است که برای اینکه شرایط تشدید (۲-۱۳)، برآورده شود، سرعت موازی الکترون، باید به اندازه کافی بزرگ باشد،

$$|v_{\parallel}| \sim \left| \frac{\Omega_e}{k} \right| \gg v_A$$

کلیه مباحث که بر اساس راه حلهای عددی استوار است، شرایط اساسی تشدید سیکلوترونی (۱۳)، همیشه برقرار است. دلیل آن تا حدی این است که، سرعت اولیه الکترون با سرعت باد خورشیدی قابل مقایسه است، که در مقایسه با سرعت آلفون محلی بسیار زیاد است، به طوری که شرایط تشدید سیکلوترونی (۲-۱۳)، متقاعد کننده است و تا حدی به دلیل این اعتقاد که شرایط تشدید پیش نیاز اندرکنش بین الکترون ها و امواج آلفون است. اما آیا تشدید سیکلوترونی (۱۳)، برای اینکه انرژی امواج به طور مؤثر الکترون ها را تأمین کند، ضروری است؟ می دانیم که تحت شرایط خاص، امواج غیر تشدید آلفون قادر به انرژی بخشیدن به الکترون ها هستند.

در بحث حاضر وضعیت فیزیکی زیر را در نظر گرفتیم. اول اینکه پلاسمای غیر اختلالی، ساکن است. دوم اینکه در نظریه پایداری خطی فیزیک پلاسمای معمولاً در نظر می گیریم که حرکت هر ذره در پلاسمای غیر اختلالی توسط میدان مغناطیسی محاسبه می شود و سرعت در طول میدان مغناطیسی یکنواخت \mathbf{v}_Z ، ثابت حرکت است. هنگامی که \mathbf{v}_Z ثابت حرکت نیست، از تشدید لاندائو بدست می آید.

همچنین باید توجه داشته باشیم:

۱. امواج آلفون آشوبناک^۳ به عنوان مجموعه امواج آلفون با فازهای تصادفی است.

۲. آشوب ها، انرژی طیفی مشابهی دارند.

۳. اندرکنش غیر خطی در میان امواج آلفون در این نظریه مهم نیست.

۴. چگالی انرژی امواج آلفون آشوبناک کمتر از میدان مغناطیسی است.

همچنین میدان مغناطیسی محیط B_0 را در طول محور Z در نظر می گیریم. بنابراین امواج آلفون در صفحه $x - y$ هستند. برای راحتی انتشار امواج آلفون را هم در جهت میدان مغناطیسی در نظر گرفتیم [۴].

پلاسمای با یک میدان مغناطیسی محیط $B_0 = B_0 \hat{z}$ به طور یکنواخت مغناطیده می شود علاوه بر این، امواج آلفون با دامنه بزرگ وجود دارد که به خاطر سادگی، فرض می شده است که در امتداد میدان مغناطیسی محیط در جهت مثبت Z پخش می شوند. در این پایان نامه، ما در مورد چگونگی تولید این امواج آلفون بحث نمی کنیم. فرض می کنیم که هر مؤلفه موج، دارای سرعت فاز برابر با سرعت آلفون، v_A است. در نتیجه می توانیم میدان مغناطیسی موج، B_1 بیان کنیم. بنابراین:

$$B_0 = B_0 \hat{z} \quad (14)$$

$$B_1 = A \sin \theta \hat{i} \quad (15)$$

$\theta = kx$ و \hat{z} بردار واحد در جهت میدان مغناطیسی محیط است. دینامیک الکترونی، توسط معادله حرکت توصیف شده است. بردار سرعت به صورت $V = V_{\perp} + V_{\parallel}$ ، نوشته می شود که

$$V_{\perp} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

و $V_{\parallel} = \hat{z}(V \cdot \hat{z})$ ، به ترتیب بزرگی مولفه عمودی سرعت و بردار موازی با میدان مغناطیسی هستند. که داریم:

$$m \frac{dv_x}{dt} = q(v_y B_z - v_z B_y) \quad (16)$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = q(v_z B_x - v_x B_z) \quad (17)$$

$$m \frac{dv_z}{dt} = q(v_x B_y - v_y B_x) \quad (18)$$

توجه داشته باشید که مولفه آشفتهگی $B_y = 0$ است و رابطه زیر برقرار است.

$$V_{\perp}^2(t) + [v_{\parallel}(t) - v_A]^2 = V_{\perp}^2(0) + [v_{\parallel}(0) - v_A]^2 \quad (19)$$

این صرفاً عبارت پایستگی انرژی در چارچوب موج است، یعنی چارچوب مرجع با سرعت موج v_A در حال حرکت است. مفهوم این عبارت این است که در چارچوب موج، الکترون، می تواند توسط امواج، شتاب بگیرد یا سرعت آن کاهش یابد. حرکت الکترون ها روی سطح کروی در فضای سرعت، توسط معادله (19) تعریف شده، به پراکندگی زاویه پیچشی⁴ نسبت داده می شود. در اینجا ما تأکید می کنیم که معادله (19)، فقط محدودیتی در راه حل ها است. معمولاً از این انتظار ناشی می شود که اندرکنش های غیر تشدید، نتوانند به پراکندگی زاویه پیچشی مؤثر از الکترون ها منجر شوند [56].

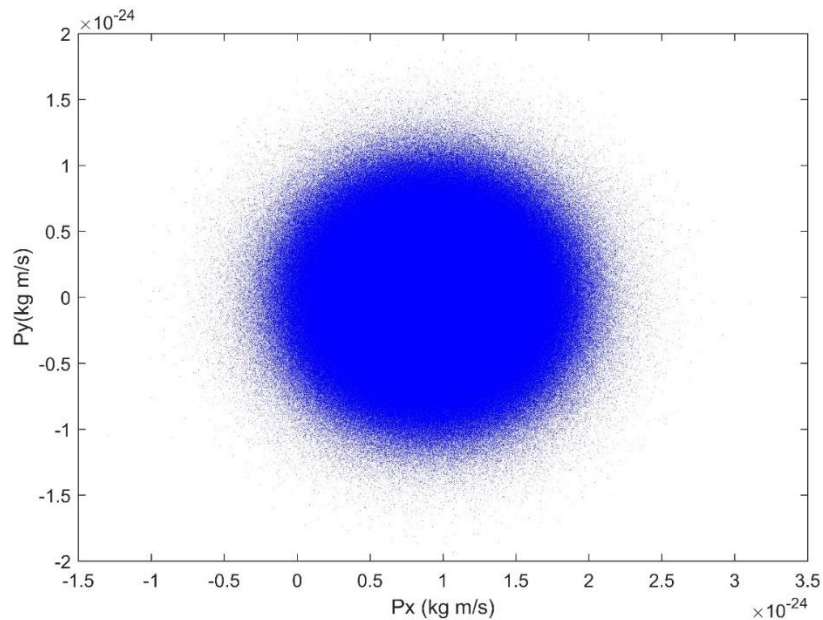
یک تابع توزیع غیر اختلالی مناسب ایجاد می کنیم. به برخی ثابت های حرکت مانند، انرژی ذره و تکانه نیاز داریم. تکانه، چون به طور ضمنی اندرکنش بین میدان موج و حرکت ذره را نشان می دهد، مورد توجه هست. با توجه به تاثیر گذاری پارامترهای باریکه الکترونی و میدان مغناطیسی موج آلفون بر دینامیک باریکه الکترونی، ذکر پارامترهای اساسی در هر بخش ضروری است.

در این بخش میدان مغناطیسی اولیه $B_0 = 0.001(T)$ در راستای x است و تابعیت فضایی میدان مغناطیسی اختلالی موج آلفون در راستای y به صورت $B_y = 5 \times 10^{-5} \sin(kx)$ (بر حسب تسلا) است که در آن $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ و $\lambda = 5(m)$ می باشد. مقدار 5×10^{-5} ، دامنه مقدار اختلالی میدان مغناطیسی موج آلفون است و نسبت به میدان مغناطیسی زمینه محیط B_0 کمتر است

با توجه به پارامترهایی که تاکنون ذکر گردید، توزیع تکانه خطی در لحظه اولیه ($t=0$) در دو راستای x و y به صورت زیر است:

$$P_x = (-1/0 \times 10^{-24}, 3 \times 10^{-24}) \quad P_y \\ = (-2 \times 10^{-23}, 2 \times 10^{-23})$$

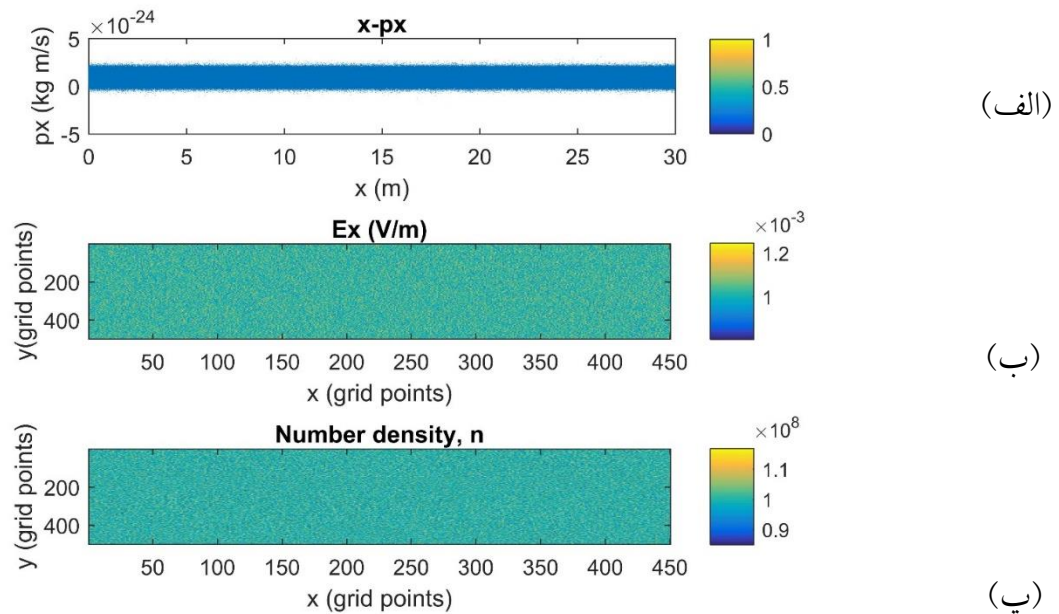
تکانه ها بر حسب $\frac{(kg.m)}{s}$ می باشد. (شکل 1)



شکل ۱: نمودار توزیع تکانه خطی در لحظه اولیه ($t=0$) در دو راستای x و y .

مثبت بودن تکانه اکثر ذرات در راستای x به خاطر اعمال سرعت سوق $v_{d,x} = 1 \times 10^6 \text{ m/s}$ برای باریکه الکترونی در این راستا می باشد. این سرعت سوق غیر نسبییتی برای همه الکترون های باریکه، یکسان است. به دلیل توزیع ماکسول سرعت ها، تکانه در راستای y دارای هر دو تکانه مثبت و منفی می باشد که به صورت متقارن اطراف تکانه صفر توزیع شده اند الکترون های باریکه با میدان های الکتریکی و مغناطیسی موج آلفون اندرکنش کرده و لذا دینامیک باریکه الکترونی به مرور زمان تغییر می کند و دامنه میدان های اختلالی الکتریکی و مغناطیسی به آرامی رشد می کنند.

در شکل (۲) بعد از گذشت ۵ گام زمانی، یعنی $t = 5\Delta t$ تغییرات برخی کمیت ها نشان داده شده است.



شکل ۲: برای زمان $t = 5\Delta t$ ، شکل (۲-الف)، فضای فاز $(x - P_x)$ ذرات باریکه، شکل (۲-ب)، تغییرات مولفه y میدان الکتریکی E_x در صفحه $(x-y)$ است.

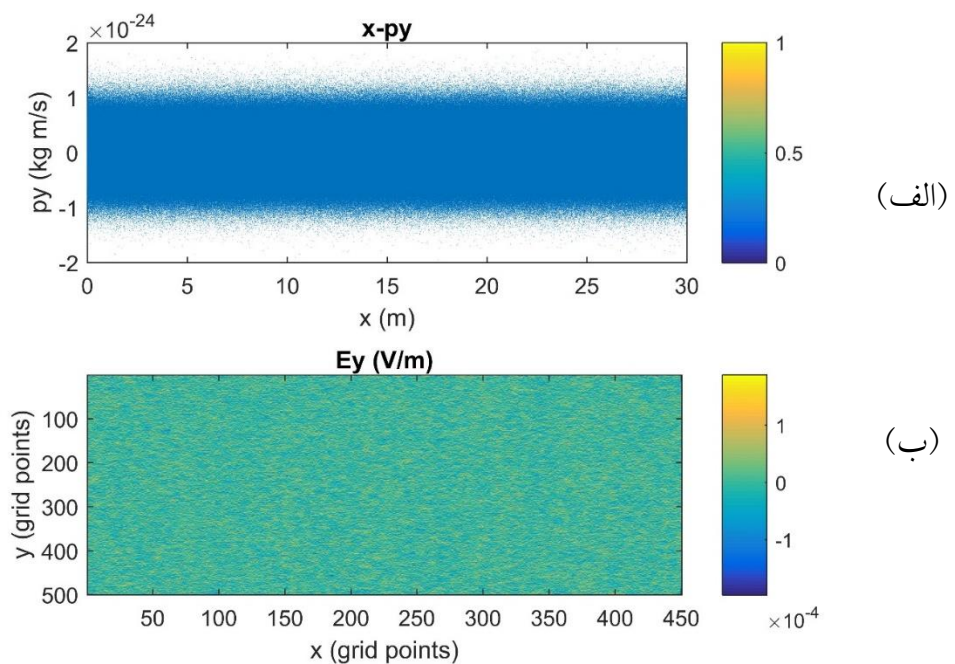
و شکل (۲-ب)، تغییرات مولفه y چگالی عددی n_x در صفحه $(x-y)$ است.

با توجه به کم بودن دامنه میدان الکتریکی $(10^{-3} \frac{V}{m})$ ، تکانه خطی ذرات در راستای x ، تغییر قابل ملاحظه ای نسبت به حالت توزیع اولیه نداشته و لذا اکثر ذرات هنوز دارای تکانه P_x مثبت هستند. عدم رشد میدان الکتریکی E_x ، تغییر خاصی در چگالی عددی باریکه ایجاد نکرده است.

آنگونه که از شکل (۲) مشاهده می شود، در هر دو شکل (۲-ب) و (۲-پ)، محور افقی و محور قائم بر حسب تعداد نقاط شبکه رسم گردیده اند، به گونه ای که (۰-۴۵۰) در محور افقی متناظر با بیشینه (۰-۳۰) متر است و در محور قائم (۰-۵۰۰) متناظر با (۰-۳۰) متر می باشد.

طبق شکل (۲-پ)، چگالی عددی بین $0.8 \times 10^8 m^{-3}$ تا $1.2 \times 10^8 m^{-3}$ متغیر است.

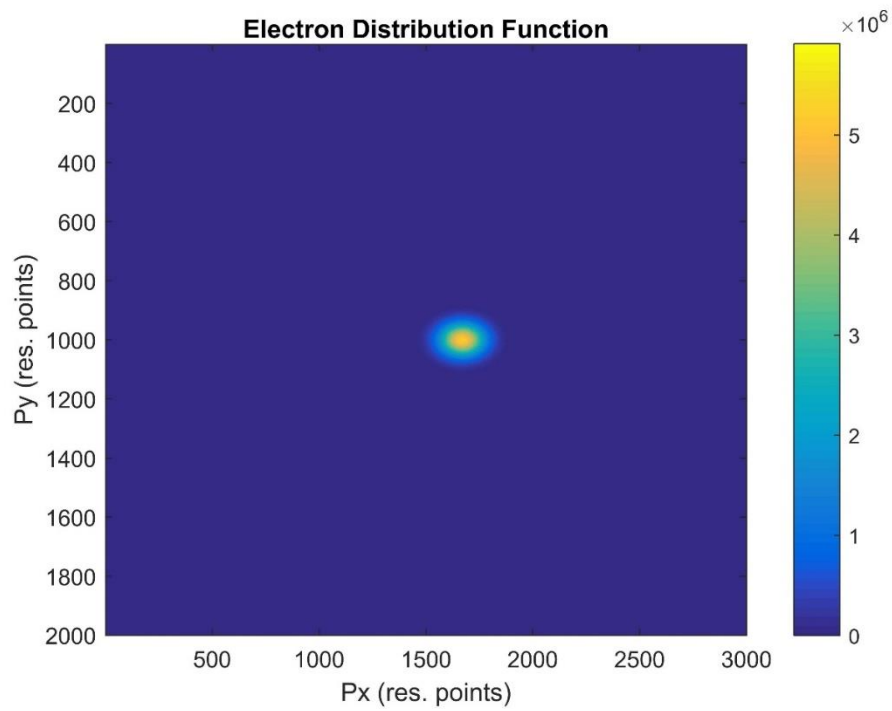
در شکل (۳-الف)، فضای فاز ذرات در $(x - P_x)$ نشان داده شده است که تکانه P_y بین $(-2 \times 10^{-24} \frac{kg \cdot m}{s})$ تا $(2 \times 10^{-24} \frac{kg \cdot m}{s})$ گسترده شده است.



شکل ۳: برای زمان $t = 5\Delta t$ ، شکل (۳-الف)، فضای فاز ذرات در $(x - P_x)$ و شکل (۳-ب)، تغییرات مولفه y میدان الکتریکی E_y در صفحه $(x-y)$ است.

در شکل (۳-ب)، نیز تغییرات مولفه y میدان الکتریکی E_y در صفحه $(x-y)$ رسم شده است که از مرتبه $10^{-4} \frac{V}{m}$ می باشد.

همین طور شکل (۴)، تابع توزیع الکترونی را بر حسب تکانه P_x و P_y نشان می دهد.



شکل ۴: تابع توزیع الکترونی را بر حسب تکانه P_x و P_y برای زمان $t = 5\Delta t$.

که $f(P_x, P_y)$ محور افقی P_x و محور قائم، P_y بر حسب تعداد نقاط تفکیک تکانه خطی هستند. به این معنی که محور P_x متناظر با $(0-3000)$ $kg \cdot m/s$ متناظر با $(-8 \times 10^{-24} . 8 \times 10^{-24})$ و محور P_y متناظر با $(0-2000)$ $\frac{(kg \cdot m)}{s}$ متناظر با $(-1 \times 10^{-23} . 1 \times 10^{-23})$ هستند. آنگونه که از شکل دیده می شود، تابع توزیع الکترونی زمان $t = 5\Delta t$ تغییر خاصی در مقایسه با تابع توزیع ماکسول اولیه نکرده است. اما با گذشت زمان، تغییرات در همه کمیت های اشاره شده بالایی اتفاق خواهد افتاد.

نتیجه گیری

با شروع اندرکنش باریکه الکترونی با موج آلفون تک طول موجی و تغییرات زمانی چگالی الکترون ها و میدان های الکتریکی، مولفه های میدان های مغناطیسی مخصوصا مولفه B_y نیز دارای تابعیت زمانی شد. اعمال دمای یکسان در هر دو راستا باعث حذف شرط رشد برخی از ناپایداری های میکرو مانند ناپایداری وایبل گردید. الکترون های باریکه با میدان های الکتریکی و مغناطیسی موج آلفون اندرکنش کرده و دینامیک باریکه الکترونی به مرور زمان تغییر کرد و دامنه میدان های اختلالی الکتریکی و مغناطیسی به آرامی رشد کردند. رفتار جالب تر در منحنی های تابع توزیع الکترونی دیده می شود که در فضای تکانه $(P_x - P_y)$ گسترده شده اند و شکل های پیچیده تری به خود گرفته اند. اما آنچه مشخص است اعمال میدان مغناطیسی موج آلفون تک طول موجی می تواند به تغییر شکل تابع توزیع الکترونی بسیار متفاوت تر از تابع توزیع ماکسول منجر شود.

مرجع ها

۱. Chen, Francis F. Introduction to plasma physics and controlled fusion. Vol. 1. New York: Plenum press, 1984
۲. Covlea, V., et al. "Some possible analogies in the description of the "classical" plasma and quark-gluon plasma." Journal of Optoelectronics and Advanced Materials 10 (2008) 1958
۳. Langmuir, Irving. "Oscillations in ionized gases." Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 14 (1928) 627
۴. Mott-Smith, Harold M. "History of "plasmas". Nature 233 (1971) 219
۵. Rutherford, Paul Harding. Introduction to plasma physics. Inst of Physics Pub Incorporated, 1995.
۶. Goedbloed, JP Hans, J. P. Goedbloed, and Stefaan Poedts. Principles of magnetohydrodynamics: with applications to laboratory and astrophysical plasmas. Cambridge university press, 2004