IPM
Institute for Research in Fundamental Sciences
مقاله نامه ی بیست و ششمین کنفرانس بهاره فیزیک- ۲۲-۲۳ خرداد ماه ۱۳۹۸
شماره(۱۰)

فرمولبندی پتانسیل مبادله پایون در فضای مومنتوم هلیسیتی

نرگس تعظیمی
nt_physics@yahoo.com
گروه فیزیک دانشگاه کاشان ، کاشان

چکیده

در این تحقیق به بررسی پتانسیل مبادله پایون که شامل دو قسمت مرکزی ویک قسمت وابسته به اسپین است می پردازیم و با انجام محاسبات تبدیل فوریه ، پتانسیل را با استفاده از عملگرهای هلیسیتی بدست آوردیم که در این فضا معادلات به فرم ساده تری در می آید. در گام بعدی با انتخاب یک دستگاه مختصات مناسب به حل عددی معادله لیپمن شوئینگر برای سیستم های پنتاکوارک متشکل از مزون و باریون در نمایش مومنتوم هلیسیتی می پردازیم و طیف جرمی پنتاکوارک ها را بدست می آوریم.

کلید واژه ها :پتانسیل مبادله پایون، مومنتوم هلیسیتی، تبدیل فوریه

مقدمه

در سالهای اخیر طیف گسترده ای از پتانسیل های نوکلئون –نوکلئون همچون پتانسیل Argonne V18 (۱)، پتانسیل CD-Bonn (۲) و نیز پتانسیل های کایرال (۳–۵) مورد استفاده قرار گرفته است. همه آنها موفق به توصیف داده های تجربی دونوکلئون ی با دقت مشابه شده اند اما از لحاظ رفتار off-shell خود متفاوت هستند. به این منظور از تکنیک های مختلفی به منظور کشف برهمکنش های موثر برای محاسبات هسته ای به کار گرفته شده است.

فرایند برهمکنش قوی مشابه برهمکنش الکترومغناطیسی است. برهمکنش الکترودینامیک مبتنی بر تبادل فوتون است درحالی که مزون ها نقش بوزون های مبادله را در فیزیک هسته ای ایفا می کنند. پایون سبکترین ذره با جرم 138MeV است و به این دلیل دارای نقش کلیدی برای گسترده ترین بخش برهمکنش نوکلئون–نوکلئون با برد 1.4fm می باشد. میدان یک پایون تولید شده توسط یک نوکلئون با اسپین و ایزواسپین $\frac{1}{2}$ اینگونه توصیف می شود:

$$\pi(x) = -\frac{f}{m_\pi}\tau_1(\sigma_1.\nabla_x)\frac{e^{-m_\pi|x-r_1|}}{4\pi|x-r_1|} \tag{1}$$

که تابع مولد آن به این صورت است:

$$\rho(x) = -\frac{f}{m_\pi}\tau_1(\sigma_1.\nabla_x)\sigma^{(3)}(x-r_1) \tag{2}$$

ماتریس های بی و سی روی تابع موج نوکلئون ها عمل می کنند. نوکلئون دوم در محل r_2 قرار گرفته است. انرژی برهمکنش بین نوکلئون دوم و میدان پایون تولید شده توسط نوکلئون اول با وارد کردن میدان پایون روی جمله منبع نوکلئون ۲ به دست می آید:

$$V_\pi(r_1.r_2) = \int d^3x\rho_2(x).\pi(x) \tag{3}$$

با فرض $r=r_1-r_2$ پتانسیل مبادله یک پایون طبق رابطه ٤ به دست می آید:

$$V_\pi(r) = \frac{f^2}{m_\pi^2}\tau_1.\tau_2(\sigma_1.\nabla)(\sigma_2.\nabla)\frac{e^{-m_\pi r}}{4\pi r} \tag{4}$$

که با جداسازی داریم:

$$(\sigma_1.\nabla)(\sigma_2.\nabla) = \frac{1}{3}(\sigma_1.\sigma_2)\nabla^2 + \frac{1}{3}[3(\sigma_1.\nabla)(\sigma_2.\nabla) - (\sigma_1.\sigma_2)\nabla^2] \tag{5}$$

می توان این گونه ساده کرد:

$$\nabla^2\frac{e^{-\mu r}}{r} = \mu^2\frac{e^{-\mu r}}{r} - 4\pi\sigma^{(3)}(r) \tag{6}$$

$$(\sigma.\nabla)\frac{e^{-Mr}}{r} = \left[-M\sigma.\hat{r} - \frac{1}{r}\sigma.\frac{\rightarrow}{r}\right]\frac{e^{-Mr}}{r} \tag{7}$$

حال عملگر تانسوری را وارد می کنیم:

$$\hat{S}_{12}(\hat{r}) := 3(\sigma_1.\hat{r})(\sigma_{12}.\hat{r}) - \sigma_1.\sigma_2 \tag{8}$$

با ترکیب رابطه ۷ و ۸ پتانسیل مبادله پایون به این فرم در می آید:

$$V_\pi\left(\underset{r}{\rightarrow}\right)=\frac{1}{3}\frac{f^2}{4\pi}\left[\frac{e^{-m_\pi r}}{r}-\frac{4\pi}{m_\pi^2}\delta^{(3)}\left(\underset{r}{\rightarrow}\right)\right]\sigma_1.\sigma_2\ \tau_1.\tau_{2+}\frac{1}{3}\frac{f^2}{4\pi}\left(1+\frac{3}{m_\pi r}+\frac{3}{m_\pi^2 r^2}\right)\frac{e^{-m_\pi r}}{r}\hat{S}_{12}(\hat{r})\tau_1.\tau_2 \qquad (9)$$

که جمله اول پتانسیل مرکزی را که از نوع یوکاوا هست نشان می دهد و جمله دوم پتانسیل در نقطه صفر را با تابع δ نشان می دهد. جمله تانسوری هم مبادله پایون است. نمایش OPE در فضای مومنتوم طبق رابطه به دست می آوریم:

$$V_a(q)=\frac{1}{(2n)^3}\int d^3\,r\,V(r)\,e^{iq.r} \qquad (10)$$

که هریک از جملات پتانسیل را جدا تبدیل فوریه انجام می دهیم $\rho=q-q$.

$$V_\pi(r)=\frac{f^2}{12\pi}\,\sigma_1\sigma_2\,\tau_1\tau_2\int\frac{e^{-mr}}{r}\,r^2\sin\theta\ d\theta d\varphi\ e^{iq.r}$$

$$V_\pi(r)=V_{s_1.s_2}(r)\sigma_1.\sigma_2+V_t^\pi(r)S_{12}$$

$$V_{s_1.s_2}=\frac{1}{2n^2}\sigma_1\sigma_2\int_0^\infty r^2\,dr\sin qr\,V_{ss(r)}^\pi$$

$$V_{ss}(q)=\frac{1}{(2\pi)^3}\iiint V_{ss}(r)\quad e^{iqr\cos\theta}\quad r^2\sin\theta\quad d\theta\ \ d\varphi\quad dr$$
$$=\frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty V_{ss}(r)\ \ r^2\ \ dr\ \int_{-1}^1 e^{iqr\cos\theta}\quad d(\cos\theta)$$
$$=\frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty V_{ss}(r)\quad r^2\quad dr\quad\frac{2\sin qr}{qr}$$
$$=\frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty V_{ss}(r)\quad r^2\quad J_\cdot^{(qr)}\ \ dr$$
$$=\frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty V_{ss}(r)\quad\sin qr\quad r\quad dr \qquad (11)$$

می توان اثبات کرد تبدیل فوریه قسمت تانسوری به صورت زیر است :

$$V_t(q)=(\tau_1.\tau_2)s_{12}(q)\frac{1}{2\pi^2q^2}\int J_2(qr)V_T(r)r^2dr \qquad (12)$$

اولین جمله تبدیل فوریه پتانسیل به این صورت است:

$$V_{ss}^\pi(q)=\frac{f^2}{24\pi^3}(\sigma_1.\sigma_2)(\tau_1.\tau_2)\int_0^\infty\left(\frac{e^{-mr}}{r}\right)r(\sin qr)dr$$
$$=\frac{f^2}{24\pi^3}(\sigma_1.\sigma_2)(\tau_1.\tau_2)\frac{q}{q^2+m^2} \qquad (13)$$

با استفاده از سه انتگرال زیر تبدیل فوریه را انجام می دهیم:

$$\int_0^\infty e^{-\alpha x}J_\vartheta(\beta x)dx=\frac{\left[\sqrt{\alpha^2+\beta^2}-\alpha\right]^\vartheta}{\beta^\vartheta\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}$$
$$\int_0^\infty e^{-\alpha x}J_\vartheta(\beta x)\frac{dx}{x}=\frac{\left[\sqrt{\alpha^2+\beta^2}-\alpha\right]^\vartheta}{\vartheta\beta^\vartheta}$$
$$\int_0^\infty x^{m+1}e^{-\alpha x}J_\vartheta(\beta x)dx=\frac{(-1)^{m+1}}{\beta^\vartheta}.\frac{d^{m+1}}{d\alpha^{m+1}}\left[\frac{\left[\sqrt{\alpha^2+\beta^2}-\alpha\right]^\vartheta}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}\right] \qquad (14)$$

در نهایت به این نتیجه می رسیم:

$$V_\pi(q)=-\frac{1}{3}\frac{f^2}{m_\pi^2}\left[\left(1-\frac{m_\pi^2}{q^2+m_\pi^2}\right)\sigma_1.\sigma_2+\frac{q^2}{q^2+m_\pi^2}\hat{S}_{12}(\hat{q})\right]\ \tau_1.\tau_2 \qquad (15)$$

فرمول بندی پتانسیل مبادله پایون در فضای مومنتوم -هلیسیتی

حالت پایه مومنتوم -هلیسیتی به صورت زیر تعریف می شود

$$|p;\hat{p}S\Lambda\rangle=|p\rangle|\hat{p}S\Lambda\rangle \qquad (16)$$

که در ان p مومنتوم نسبی کوارک و پادکوارک است، s اسپین کل و Λ تصویر اسپین در امتداد مومنتوم نسبی است. این حالت پایه، ویژه حالت کنشگر هلیسیتی $S.\hat{p}$ است:

$$S.\hat{p}|p;\hat{p}S\Lambda\rangle=\Lambda|p;\hat{p}S\Lambda\rangle \qquad (17)$$

برای نوشتن پتانسیل برحسب حالت پایه مومنتوم -هلیسیتی از کنش گرهای زیر استفاده کرده ایم:

$$\Omega_2=S^2\quad\Omega_1=1$$
$$\Omega_4=(S.p')(S.p)\quad\Omega_3=(S.p')(S.p')$$

$$\Omega_5 = (S.p')^2(S.p)^2$$
$$\Omega_6 = (S.p)(S.p) \qquad (18)$$

عناصر ماتریسی این کنشگرها را به صورت زیر ارزیابی نماییم:

$$\langle \hat{p}S\Lambda|\Omega_1|\hat{p}'S\Lambda'\rangle = \langle \hat{p}S\Lambda|\hat{p}'S\Lambda'\rangle$$
$$\langle \hat{p}S\Lambda|\Omega_2|\hat{p}'S\Lambda'\rangle = S(S+1)\langle \hat{p}S\Lambda|\hat{p}'S\Lambda'\rangle$$
$$\langle \hat{p}S\Lambda|\Omega_3|\hat{p}'S\Lambda'\rangle = {\Lambda'}^2\langle \hat{p}S\Lambda|\hat{p}'S\Lambda'\rangle$$
$$\langle \hat{p}S\Lambda|\Omega_4|\hat{p}'S\Lambda'\rangle = \Lambda\Lambda'\langle \hat{p}S\Lambda|\hat{p}'S\Lambda'\rangle$$
$$\langle \hat{p}S\Lambda|\Omega_5|\hat{p}'S\Lambda'\rangle = \Lambda^2{\Lambda'}^2\langle \hat{p}S\Lambda|\hat{p}'S\Lambda'\rangle$$
$$\langle \hat{p}S\Lambda|\Omega_5|\hat{p}'S\Lambda'\rangle = \Lambda^2\langle \hat{p}S\Lambda|\hat{p}'S\Lambda'\rangle \qquad (19)$$

با یک محاسبه ساده می توان نشان داد که

$$\sigma_1.\sigma_2 = 2\Omega_2 - 3\Omega_1$$

$$3(\sigma_1.\hat{q})(\sigma_2.\hat{q}) - (\sigma_1.\sigma_2) = -\frac{1}{q^2}\Big[6pp'\Omega_4 + 2{p'}^2(\Omega_2 - 3\Omega_3) + 2p^2(\Omega_2 - 3\Omega_6) - pp'\gamma\Omega_2 - 3pp'\frac{1}{\gamma}(\Omega_2 - 2\Omega_3 - 2\Omega_6 + 2\Omega_5\Big] \qquad (20)$$

که در این رابطه، $\gamma = \hat{p}'.\hat{p}$. بنابراین شکل نهایی پتانسیل در فضای مومنتوم –هلیسیتی به شکل زیر می آید:

$$V^S_{\Lambda\Lambda'}(\mathrm{p.p'}) = -\frac{1}{3}\frac{f^2}{m_\pi^2}\Big[\Big(1-\frac{m_\pi^2}{q^2+m_\pi^2}\Big)2\Omega_2 - 3\Omega_1 - \Big(\frac{1}{q^2+m_\pi^2}\Big[6pp'\Omega_4 + 2{p'}^2(\Omega_2 - 3\Omega_3) + 2p^2(\Omega_2 - 3\Omega_6) - pp'\gamma\Omega_2 - 3pp'\frac{1}{\gamma}(\Omega_2 - 2\Omega_3 - 2\Omega_6 + 2\Omega_5\Big]\Big)\Big]\ \tau_1.\tau_2 \qquad (21)$$

نتیجه گیری

در این تحقیق به بررسی پتانسیل مبادله پایون پرداخته ایم که با توجه به اینکه در فضای مومنتوم معادلات چند جسمی به فرم ساده تری در می آید با استفاده از عملگرهای فضای مومنتوم هلیسیتی پتانسیل مورد نظر را در این فضا بازنویسی کرده ایم. در گام بعدی معادله لیپمن شوئینگر برای سیستم های پنتاکوارک متشکل از مزون و باریون را حل عددی می کنیم و طیف جرمی پنتاکوارک ها را بدست می آوریم.

مرجع‌ها

[1]R.B.Wiringa,V.G.J.Stoks, and R.Schiavilla, Phys. Rev.C 51,38 (1995)
[2] R. Machleidt, Phys. Rev. C 63 , 024001 (2001)
[3] D.R.Entem and R. Machleidt, Phys. Rev. C 68, 041001 (2003)

[4] E. Epelbaum, A. Nogga,W. Gl¨ockle,H. Kamada,U.-G.Meißner,and H.Wita la,Phys. Rev. C 66 , 064001 (2002)

[5] E. Epelbaum, Prog. Part. Nucl. Phys.57 , 654 (2006)
[6] S. Bogner,T. Kuo, and A. Schwenk, Phys. Rep. 386 , 1 (2003)

[7] I. Fachruddin, Ch. Elster, and W. Glöckle,Phys. Rev. C62, 044002 (2000).

[8] I. Fachruddin, Ch. Elster, and W. Glöckle,Phys. Rev. C63,

054003 (2001).

[9] M. Radin , N. Tazimi , Phys. Rev. C D90,085020 (2014)