

مدلسازی ریاضی اندازه گیری ضخامت فلز در ترکیب های دو لایه ای در یک چینش پس پراکنش پرتوهای گاما

علی طاهری^۱، محمدتقان ساسانپور^{۲*}، سعید حیدری^۳، محسن شریف زاده^۴

^۱استادیار، پژوهشگاه علوم و فنون هسته ای، تهران، ایران

^{۲*}نویسنده مسئول استادیار، پژوهشگاه علوم و فنون هسته ای، تهران، ایران msasanpour@aeoi.org.ir

^۳استادیار، پژوهشگاه علوم و فنون هسته ای، تهران، ایران

^۴پژوهشگاه علوم و فنون هسته ای، تهران، ایران

چکیده

موقعیت های فراوانی در صنعت به وجود می آید که در آنها نیاز داریم تا ضخامت مواد مختلف را اندازه گیری کنیم. یکی از روش های پرکاربرد برای این منظور در حال حاضر استفاده از پرتوهای گاما است. دستگاه های معمول هم بیشتر از روش عبوری استفاده می کنند بدین صورت که میزان تضعیف پرتوهای گاما در اثر عبور از ماده را اندازه گیری کرده و ضخامت آن را محاسبه می کنند. اما در بسیاری از موارد امکان دسترسی به دو طرف ماده وجود ندارد. در این حالت می توان از پرتوهای گامای پس پراکنده برای اندازه گیری استفاده کرد. در این مقاله معادلات ریاضی برای محاسبه شدت پرتوهای گامای پس پراکنده از دو ماده در کنار هم به دست آورده خواهد شد. با استفاده از این معادلات می توان ضخامت دو ماده را بدون نیاز به دسترسی به دو طرف آنها تخمین زد.

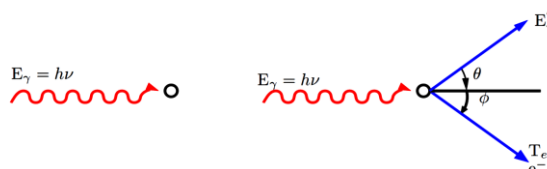
کلیدواژگان: پراکندگی کامپتون، پس پراکنش، مدلسازی ریاضی، پرتوی گاما، ضخامت سنجی

۱. مقدمه

امروزه تجهیزات هسته ای کاربردهای فراوانی در حوزه های مختلف صنعتی و پزشکی پیدا کرده اند [۱-۵]. این تجهیزات به دو دسته کلی سیستم های سنجشگر و تصویربرداری تقسیم می شوند. از جمله سیستم های سنجشگر هسته ای می توان به سیستم های چگالی سنجی، سطح سنجی و غیره اشاره کرد. یکی از کاربردهای متداول سنجشگرهای هسته ای، ضخامت سنجی مواد مختلف علی الخصوص صفحات فلزی با پرتوهای گاما می باشد [۶]. اکثر سیستم های ضخامت سنجی هسته ای از چینش عبوری پرتوهای گاما بهره می برند. اما در بسیاری از شرایط هم امکان قرار دادن نمونه بین چشمه و آشکارساز وجود ندارد در این حالت استفاده از چینش های عبوری امکانپذیر نبوده و می توان از چینش پس پراکنش پرتوهای گاما استفاده کرد. در این مقاله قصد داریم اندازه گیری ضخامت فلزهای دو لایه ای با استفاده از پرتوهای گاما در چینش پس پراکنش را به صورت ریاضی مدلسازی کنیم.

۲. مواد و روش ها

در چینش پس پراکنش پرتوهای گاما، برهمکنش غالب، پراکندگی کامپتون است. اثر کامپتون، پراکندگی نامتقارن^۱ پرتوهای گاما از تک الکترون های اتمی است. در این پراکندگی در اثر برخورد غیرالاستیک بین فوتون گاما و الکترون اتمی، الکترون تحت زاویه θ پراکنده شده و بخشی از انرژی فوتون دریافت می کند (شکل ۱).



شکل ۱: پراکندگی یک فوتون گاما با انرژی E_γ از یک الکترون اتمی.

^۱ Incoherent scattering

انرژی فوتون پراکنده و سطح مقطع پراکندگی در روابط (۱) و (۲) نشان داده شده اند:

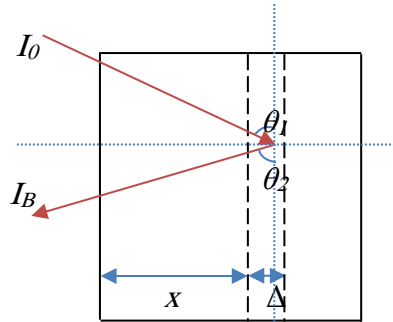
$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \epsilon(1 - \cos\theta)} \quad (1)$$

که در این رابطه $\epsilon = (E_\gamma/mc^2)$ است.

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1 + \epsilon(1 - \cos\theta)]^2} (1 + \cos^2\theta + \frac{\epsilon^2(1 - \cos\theta)^2}{1 + \epsilon(1 - \cos\theta)}) \quad (2)$$

که در این رابطه Γ_e شعاع کلاسیک الکترون است.

به منظور مطالعه ضخامت سنجی با استفاده از پراکندگی کامپتون یک مدل ریاضی پس پراکنش را جهت تخمین شدت فوتون های پس پراکنده توسعه خواهیم داد. شکل ۲ نمای شماتیکی از پس پراکنش فوتون های گاما از لایه ای به ضخامت Δx در عمق x از یک ماده را نشان می دهد. در این حالت پرتوهای گاما با زاویه θ_1 به ماده برخورد کرده و با زاویه θ_2 از آن پس پراکنده می شوند.



شکل ۲: نمودار شماتیک پراکندگی پرتوهای گاما با شدت اولیه I_0 در عمق x از یک ماده، شدت پرتوهای پراکنده برابر با I_B است. برای به دست آوردن معادله شدت پرتوهای پس پراکنده، ابتدا فرض می کنیم که یک لایه فلز داشته باشیم و در مرحله دوم یک لایه فلز دیگر به لایه اول اضافه خواهد شد. نحوه به دست آوردن معادلات مربوطه در بخش نتایج توضیح داده می شود.

۳. نتایج

تضعیف شدت پرتوهای گاما در اثر عبور از ماده ای به ضخامت x برابر است با:

$$I = I_0 \exp(-\mu x) \quad (3)$$

این رابطه در شرایطی برقرار است که پرتوهای گاما کاملاً عمود به سطح برخورد کرده و همچنین بیلد آپ هم نداشته باشیم. حال اگر فرض کنیم که تابش اولیه با زاویه θ_1 به جسم برخورد کند، در این حالت کسری از این فوتون ها که تحت زاویه θ_2 پراکنده می شوند برابر خواهد بود با:

$$R(x) = \frac{\Delta\Omega}{4\pi} \mu_{c1} I_0 \exp(-\mu_1 x \sin\theta_1) dx \quad (4)$$

در این رابطه $\frac{\Delta\Omega}{4\pi}$ عبارتست از زاویه فضایی آشکارساز، μ_{c1} هم برابر است با ضریب پراکندگی کامپتون پرتوی فرودی، μ_1 ضریب جذب فوتون های فرودی و $x \sin\theta_1$ هم طول مسیر طی شده توسط پرتوی فرودی تا محل پراکندگی می باشد. البته باید توجه داشته باشیم که پرتوی پراکنده شده با انرژی جدید (رابطه ۱) مسیری برابر با $x \sin\theta_2$ را طی کند تا از ماده خارج شود در نتیجه شدت نهایی پرتوهای پراکنده شده از ضخامت dx در عمق x برابر خواهد بود با:

$$dI_b = \frac{\Delta\Omega}{4\pi} \mu_{c1} I_0 \exp[-(\mu_1 x \sin\theta_1 + \mu_2 x \sin\theta_2)] dx \quad (5)$$

با انتگرال گیری از رابطه (۵) بر روی ضخامت x خواهیم داشت:

$$I_b = \frac{\Delta\Omega}{4\pi} \mu_{c1} I_0 \int_0^x \exp[-(\mu_1 x \sin \theta_1 + \mu_2 x \sin \theta_2)] dx \quad (1-6)$$

$$I_b = \frac{\Delta\Omega}{4\pi} \mu_{c1} I_0 (1 - \exp[-(\mu_1 x \sin \theta_1 + \mu_2 x \sin \theta_2)]) \quad (2-6)$$

حال فرض کنید که صفحه دومی هم در کنار صفحه نشان داده شده در شکل ۲ هم وجود داشته باشد در این صورت میزان پراکندگی از این صفحه هم برابر خواهد بود با:

$$I'_b = \frac{\Delta\Omega}{4\pi} \mu'_{c1} \exp[-(\mu_1 x \sin \theta_1 + \mu_2 x \sin \theta_2)] \times \exp[-(\mu'_1 x' \sin \theta_1 + \mu'_2 x' \sin \theta_2)] \quad (7)$$

در این رابطه μ'_{c1} هم برابر است با ضریب پراکندگی کامپتون پرتوی فرودی برای صفحه دوم، μ'_1 و μ'_2 به ترتیب عبارتند از ضرایب جذب فوتون های فرودی و برگشتی برای صفحه دوم و $x' \sin \theta_1$ و $x' \sin \theta_2$ هم طول مسیرهای رفت و برگشت تا محل پراکندگی برای صفحه دوم می باشند.

زمانیکه صفحه دوم اضافه می شود، شدت پرتوها برای رسیدن به این صفحه دوبار در زمان رفت و برگشت در صفحه ۱ تضعیف می شود.

نهایتاً مجموع شدت پراکندگی از دو لایه فلز برابر خواهد بود با:

$$I_{tb} = I_b + I'_b \quad (8)$$

برای اندازه گیری ضخامت هرکدام از لایه ها کافیست تا شدت پس پراکنش کل در معادله (۹) برای دو انرژی مختلف از پرتوهای گاما در آزمایشگاه اندازه گیری شود و یک دستگاه دو معادله با دو مجهول (ضخامت صفحات) تشکیل گردد. البته با توجه به شکل معادلات به نظر می رسد که در این حالت معادلات بیش از یک جواب داشته باشند که در این حالت لازم است تا یک حد بر روی ضخامت مجموع صفحات در نظر گرفته شود. در صورت در نظر گرفتن این حد، معادله (۹) با استفاده از یک تک انرژی هم قابل حل خواهد بود.

۴. نتیجه گیری

تعداد فوتون های پس پراکنده شده از یک ماده بستگی به احتمال پراکندگی کامپتون و جذب فوتوالکتریک دارد. بر همین اساس و با استفاده از روابط ریاضی موجود، معادلات مربوطه به محاسبه شدت پس پراکنش پرتوهای گاما از دو ماده کنار هم به دست آورده شد. این معادلات در طراحی سیستم های نوین اندازه گیری ضخامت مواد با استفاده از روش پس پراکنش پرتوهای گاما بسیار مفید خواهند بود. چنین سیستم های می توانند در شرایطی که امکان دسترسی به دو طرف یک ماده وجود ندارد به کار برده شوند.

۵. مراجع

- [1] L. N. G. Gómez, Image formation in a γ -ray Compton backscattering device, *master thesis, Universidad Nacional de Colombia*, 2013.
- [2] G. Harding, B. Schreiber. Coherent X-ray scatter imaging and its applications in biomedical science and industry. *Rad. Phys. Chem* (1999) 229:245.
- [3] Martens, G., Bomsdorf, H., Harding, G., Kanzenbach, J., Linde, R., 1993. Coherent x-ray scatter imaging for foodstuff contamination detection. *SPIE 2092*, 387-398.
- [4] Strecker, H., Harding, G., Bomsdorf, H., Kanzenbach, J., Linde, R., Martens, G. Detection of explosives in airport baggage using coherent x-ray scatter. *SPIE 2092*, 399-410.
- [5] J. Gerl, F. Ameil, I. Kojouharov and A. Surowiec, High-resolution gamma backscatter imaging for technical applications, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 525 (2004), 328–331.
- [6] E.M. Hussein, *Handbook on Radiation Probing, Gauging, Imaging and Analysis: Volume II*, Springer, 2003.