Institute for Research in Fundamental Sciences

مقاله نامه ی بیست و ششمین کنفرانس بهاره فیزیک- ۲۲-۲۳ خرداد ماه ۱۳۹۸

شماره(۲۹)

اطلاعات متقابل هولوگرافی در سیاهچاله‌ی دیلاتونی دارای ۲ بار الکتریکی

زهره صادق پور کلوری، کمیل بابائی ولنی، محمد رضا محمدی مظفر

گروه فیزیک، دانشکده‌ی علوم پایه، دانشگاه گیلان

چکیده: *در این مقاله با استفاده از دوگانی گرانش-پیمانه‌ای به بررسی پاره ای از جنبه‌های درهم‌تنیدگی در یک سیاهچاله ی دیلاتونی دارای ۲ بار الکتریکی خواهیم پرداخت. بدین منظور از نسخه‌ی ریو-تاکایاناگی برای محاسبه‌ی آنتروپی و اطلاعات متقابل در فضازمان‌های ایستا استفاده می‌کنیم. نشان خواهیم داد که اطلاعات متقابل هولوگرافی تابعی صعودی از بار الکتریکی سیاهچاله‌ی دیلاتونی است. همچنین تاثیر بار الکتریکی را بر گذار فاز اطلاعات متقابل بررسی کرده و نشان می‌دهیم که با افزایش بار، همبستگی بین دو زیرناحیه زیاد می‌شود.*

واژه‌های کلیدی: دوگانی گرانش-پیمانه‌ای ، درهم‌تنیدگی هولوگرافی، سیاهچاله‌ی دیلاتونی

۱. مقدمه

ایده‌ی ایجاد ارتباط بین گرانش و نظریات میدان تحت عنوان دوگانی‌های گرانش-پیمانه‌ای در سالیان اخیر مورد توجه بسیاری از فیزیکدانان نظری قرارگرفته است. حدس مالداسنا[1] [1] پیرامون تناظر پاددوسیته-همدیس (AdS/CFT) و معرفی آنتروپی درهم-تنیدگی هولوگرافی به وسیله‌ی ریو و تاکایاناگی[2] [2] موجب تکامل این ایده شده است. بر طبق این ایده، آنتروپی درهم‌تنیدگی برای یک زیرناحیه‌ی هندسی مشخص، با عبارت $S_A= \min(A)/4G_N$ داده می‌شود. بر طبق این رابطه، این کمیت متناسب با مساحت سطح کمینه‌ای درون حجم گرانشی است که بر روی مرز فضازمان به مرز زیر ناحیه هندسی قلاب شده است. با استفاده از این نسخه می‌توان سنجه‌هایی مانند اطلاعات متقابل $I_{AB}=S_A+S_B-S_{AB}$ و اطلاعات سه‌تایی را نیز محاسبه نمود. بررسی ویژگی‌های این سنجه‌ها سبب بروز قیودی بر ساختار نظریات میدان دارای دوگان گرانشی شده است. به عنوان مثال در [3] نشان داده شده است که کمیت اطلاعات سه‌تایی برای نظریات میدان دارای دوگان گرانشی همواره منفی است. لازم به ذکر است که چنین قیدی در چارچوب کلی نظریات میدان وجود نداشته و این کمیت می‌تواند مثبت، منفی و یا صفر باشد. همچنین در [4] نشان داده شده که کمیت اطلاعات متقابل هولوگرافی برای نظریات میدان با تعداد درجات آزادی زیاد، یک گذار فاز پیوسته را تجربه خواهد کرد. در مقاله‌ی پیش‌رو قصد داریم با انجام محاسبات مربوط به این سنجه، ویژگی‌های نظریات میدان دوگان به یک مدل گرانشی مشخص را بررسی نماییم. ساختار مقاله بدین ترتیب است: در بخش بعد به معرفی مدل گرانشی مورد نظر و نسخه-ی ریو-تاکایاناگی برای محاسبه‌ی آنتروپی درهم تنیدگی و اطلاعات متقابل خواهیم پرداخت. در بخش سوم ضمن ذکر خلاصه‌ای از محاسبات، نتایج عددی را تحلیل کرده و به بیان پیشنهاداتی برای مطالعات آتی اکتفا خواهیم نمود. شایان ذکر است که مطالعه‌ی آنتروپی درهم‌تنیدگی در مدل مورد نظر ما برای اولین بار در مراجع [5] و [6] انجام شده است. همچنین در [7] جنبه‌های مختلفی از سنجه‌هایی مانند اطلاعات متقابل و اطلاعات چندتایی به صورت هولوگرافی بررسی شده است.

[1] Maldacena
[2] S. Ryu and T. Takayanagi

۲.مدل گرانشی و نسخه‌ی ریو-تاکایاناگی

مدل گرانشی ما یک سیاهچاله‌ی دیلاتونی دارای ۲ بار الکتریکی است که پاره‌ای از ویژگی‌های آن در [8] بررسی شده است. این مدل با کنش زیر داده می‌شود:

$$I=\frac{1}{16\pi G_N}\int d^5x\ \sqrt{g}\quad\left(R-\frac{e^{4\varphi}}{4}F^2-12(\partial\varphi)^2+\frac{8e^{2\varphi}+4e^{-4\varphi}}{L^2}\right), \qquad (۱)$$

که در آن g متریک فضازمان، R خمش اسکالر و L شعاع فضازمان است که همواره آن را برابر با واحد اختیار خواهیم نمود. این کنش دارای یک جواب سیاهچاله بوده که در حد فرینه با دمای صفر به صورت زیر است:

$$ds^2=f^{\frac{2}{3}}\left(\frac{-dt^2}{r^6gf^2}+gdr^2+d\vec{x}^2\right),\quad f(r)=\frac{1+Q^2r^2}{r^3},\quad g(r)=\frac{1}{1+2Q^2r^2}. \qquad (۲)$$

برای محاسبه‌ی سنجه‌های درهم‌تنیدگی ناحیه‌ای به شکل یک نوار باریک بلند به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$-\frac{l}{2}\le x_1\le\frac{l}{2},\qquad 0\le x_2,x_3\le L,\qquad l\ll L. \qquad (۳)$$

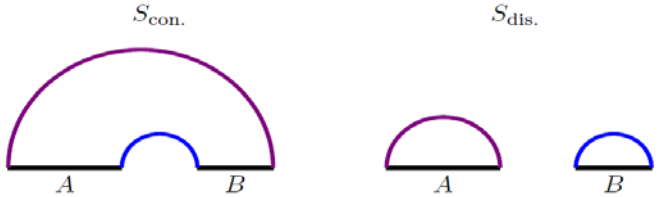
با در نظر گرفتن پارامتربندی $x_1=B(r)$ می‌توان تابعی آنتروپی را برای سطح ریو-تاکایاناگی یافت. یک محاسبه‌ی ساده نشان می‌دهد که این تابعی از $B(r)$ مستقل بوده و لذا یک ثابت حرکت خواهیم داشت که با استفاده از آن می‌توان طول ناحیه و تابعی مساحت را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$l=2\int_0^{r_t}dr\frac{f(r_t)\sqrt{g(r)}}{\sqrt{f(r)^2-f(r_t)^2}},\quad S_A=\frac{L^2}{4G_N}\int_\epsilon^{r_t}drf(r)^2\sqrt{\frac{g(r)}{f(r)^2-f(r_t)^2}}, \qquad (۴)$$

که در آن ϵ نشان دهنده‌ی عکس انرژی قطع بوده و r_t نقطه‌ی بازگشت سطح کمینه از داخل حجم فضازمان است که مقدار آن با شرط $\frac{dr}{dB}\Big|_{r=r_t}$ تعیین می‌شود. با استفاده از عبارت‌های بالا می‌توان آنتروپی درهم‌تنیدگی را به عنوان تابعی از طول زیر ناحیه محاسبه نمود. از آنجایی که هدف اصلی ما در این مقاله محاسبه‌ی اطلاعات متقابل است باید سطوح کمینه را برای حالتی که بر روی مرز فضازمان دو زیر ناحیه ی مجزا وجود دارد، بیابیم. نتایج [4] نشان می‌دهد که در این حالت دو آرایش متفاوت برای سطوح کمینه وجود خواهد داشت (شکل ۱). مقادیر اطلاعات متقابل متناظر با این دو آرایش به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$I_{AB}=\begin{cases}S_{2l+h}+S_h-2S_l, & S_{AB}=S_{con.}\\ 0, & S_{AB}=S_{dis.}\end{cases} \qquad (۵)$$

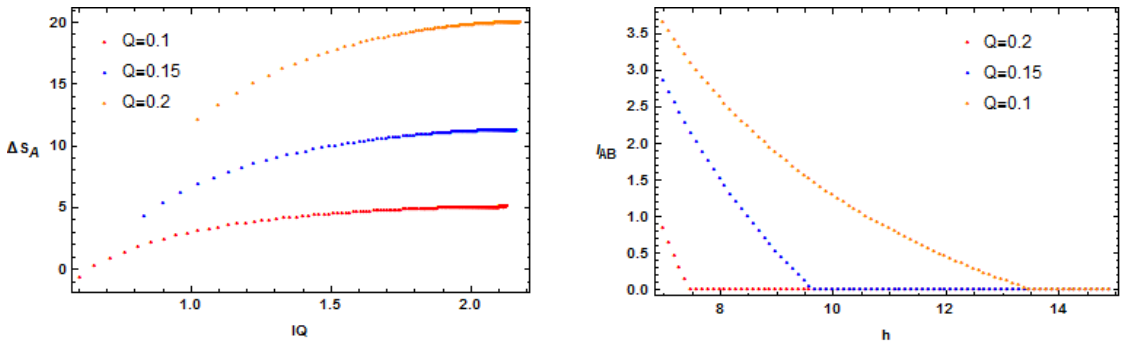
که بیان‌گر یک گذار فاز پیوسته از مقادیر غیرصفر به مقدار صفر برای این کمیت است. در بخش بعد با استفاده از عبارت‌های انتگرالی (٤) و تعریف بالا، اطلاعات متقابل را به صورت عددی یافته و رفتار آن را بررسی می‌کنیم.



شکل ۱: آرایش های سطوح پیوسته (چپ) و گسسته (راست) برای محاسبه ی S_{AB} و اطلاعات متقابل در نسخه‌ی هولوگرافی. در محاسبات این مقاله زیرناحیه ها را با طول یکسان ℓ و با فاصله ی h در نظر خواهیم گرفت.

۳.نتیجه گیری

نتایج عددی محاسبات انجام شده در شکل ۲ نمایش داده شده است. نمودار سمت چپ این شکل نشان دهنده‌ی آنتروپی درهم-تنیدگی هولوگرافی به عنوان تابعی از طول زیر ناحیه به ازای مقادیر مختلف بارالکتریکی سیاهچاله است. ذکر این نکته ضروری است که در این شکل مقادیر آنتروپی با کم کردن مقدار آنتروپی خلا، بهنجار شده و همچنین محور افقی این شکل کمیت بی‌بعد ℓQ است. چنان که از این شکل مشخص است با افزایش طول زیرناحیه مقدار آنتروپی افزایش یافته و با افزایش بار الکتریکی مقدار این کمیت کاهش می‌یابد. نمودار سمت چپ شکل ۲ نشان دهنده‌ی اطلاعات متقابل هولوگرافی بر حسب فاصله‌ی بین زیرناحیه ها به ازای مقادیر مختلف بار الکتریکی است. همچنان که ملاحظه می‌شود با افزایش فاصله‌ی بین دو ناحیه، اطلاعات متقابل کاهش یافته و بعد از عبور از یک نقطه‌ی بحرانی h_{crit}، به مقدار صفر گذاری پیوسته خواهد داشت. با توجه به این نمودار مشاهده می‌شود که افزایش بار الکتریکی موجب افزایش اطلاعات متقابل بین دو ناحیه شده است؛ به‌گونه‌ای که مقدار فاصله‌ی بحرانی h_{crit} تابعی صعودی از بار است. از آن جایی که اطلاعات متقابل مشخص کننده‌ی تمام همبستگی‌های موجود بین دو زیرناحیه است (هم کلاسیکی و هم کوانتومی)، لذا رفتار اخیر نشان می‌دهد که افزایش بار الکتریکی موجب افزایش همبستگی بین دو زیرناحیه شده است. شایان ذکر است که این محاسبات در دمای صفر متناظر با یک سیاهچاله‌ی فرینه انجام شده است و لذا انتظار داریم تمام همبستگی بین دو زیرناحیه از نوع همبستگی‌های کوانتومی باشد. می توان با تعمیم این مطالعه به سایر سنجه‌های درهم‌تنیدگی اثر وجود بار در این سیاهچاله‌های دیلاتونی را بر آن‌ها نیز مطالعه نمود که یکی از جنبه‌های مد نظر برای مطالعاتی آتی است.



شکل ۲: آنتروپی درهم تنیدگی هولوگرافی بر حسب تابعی از طول زیر ناحیه به ازای مقادیر مختلف بار Q (چپ). اطلاعات متقابل هولوگرافی بر حسب تابعی از فاصله ی بین زیرناحیه ها h به ازای مقادیر مختلف بار (راست). در حالت اخیر فاصله ی بین نواحی l=20 ثابت شده است.

مرجع ها

[1] J. M. Maldacena, *Int. J. Theor. Phys.* **38**, 1113 (1999).
[2] S. Ryu and T. Takayanagi, *Phys. Rev. Lett.* **96**, (2006).
[3] P. Hayden, M. Headrick and A. Maloney, *Phys. Rev. D* **87**, 046003 (2013).
[4] M. Headrick, *Phys. Rev. D* **82,** 126010 (2010).
[5] M. Alishahiha, M.R.M. Mozaffar and A. Mollabashi, *JHEP* **1210**, 003(2012).
[6] M. Kulaxizi, A. Parnachev and K. Schalm, *JHEP* **1210**, 098 (2012).
[7] M. Alishahiha, M.R. M. Mozaffar and M. R. Tanhayi, *JHEP* **1509**, 165 (2015).
[8] S. S. Gubser, F. D. Rocha, *Phys. Rev. D* **81,** 046001 (2010).