Institute for Research in Fundamental Sciences

مقاله نامه ی بیست و ششمین کنفرانس بهاره فیزیک- ۲۲-۲۳ خرداد ماه ۱۳۹۸

شماره(۲۲)

رقص توامان دو کلوئید کروی در حضور گرادیان دما، چشمه‌ای برای اعمال نیرو به سیال

فرشته سالاري[۱]، گلناز نجفی گُلوندانی[۱]، سیدنادر رسولی[۱،۲†]

[۱] دانشکده‌ی علوم پایه، دانشگاه گیلان

[۲] پژوهشکده‌ی فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

† Email : rasuli@ipm.ir

چکیده

ایجاد حرکت در عدد رینولدز پایین، جایی که جمله‌ی اینرسی نقش غالب را در حرکت ندارد، نیازمندِ شکست تقارن زمانی می‌باشد. ما حرکت دو کره که هریک در یک انبرک نوری به دام افتاده‌اند را، در حضور گرادیان دما، بررسی می‌کنیم. شکست تقارن جهت، بوسیله‌ی گرادیان دما، موجب می شود تقارن زمانی نیز در حرکت جفت شده‌ی دو کره بشکند! به‌همین دلیل مجموع دو کره مانند یک منبع خالصِ نیرو عمل کرده، و سیال پیرامونِ خود را از سمت گرم به سرد جاری می سازد.

مقدمه

مکانیکِ‌آماری تعداد متنابهی از پدیده‌ها را به شکلی موفقیت‌آمیز توصیف می‌کند. اما، تقریبا تمام این پدیده‌ها در شرایط تعادلی رخ می‌دهند. درحالی‌که، اغلب آنچه در پیرامون ما – مخصوصا در ماده‌ی زنده – اتفاق می‌افتد غیرتعادلی است [۱]. این یکی از دلایلی است که بررسی رفتار ماده در شرایطِ غیرتعادلی را به مبحثی مورد علاقه‌ی پژوهشگران بدل می‌نماید. یکی از ساده‌ترین راه‌های ایجاد شرایط غیرتعادلی اعمال *گرادیانِ دما*، به ماده است. این پدیده که به اثر سره (Soret effect) مشهور است [۲و۳]، حدود ۱۵۰ سال است که مورد مطالعه بوده‌است؛ اما همچنان به طور کامل درک نشده‌است [۴و۵].

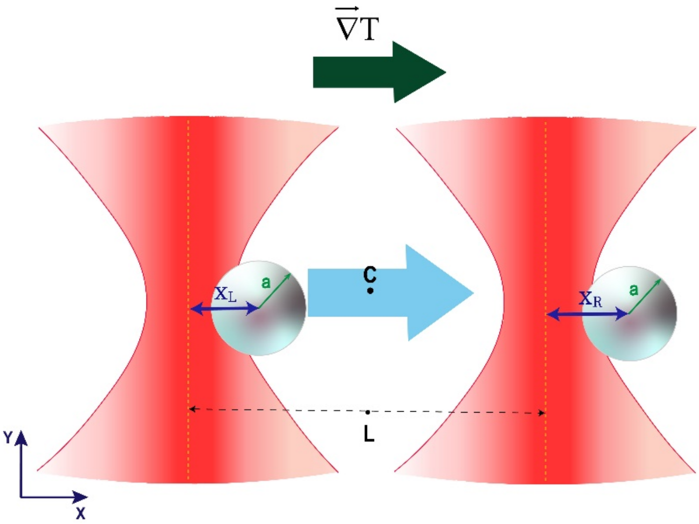
برای مثال، اعمال گرادیان دما به یک محلولِ دوتایی (binary fluid) می‌تواند دو نوعِ ماده‌ی حل‌شده را – تاحدی – از هم جدا کند؛ یعنی محلول همگن اولیه را به محلولی ناهمگن بدل سازد[۵]. فرض کنید دو نوع ماده‌ی حل‌شده را A و B بنامیم؛ حال اگر چگالیِ نسبی ملکولِ نوعِ B، بسیار کمتر از نوعِ A باشد، عملا با تک ذره‌هایی از ملکولِ B که در سیالی از نوعِ A غوطه‌ور هستند، روبرو هستیم. سئوال این است که اعمال گرادیان دما چگونه می‌تواند موجب حرکت تک ملکولِ B در این سیالِ پیرامون خود شود؟ می‌دانیم که گرادیان دما مستقیما نیروی خالصی به ملکولِ B وارد نمی‌کند؛ اما ممکن است از طریق همبسته‌ساختن افت‌وخیزهای سیال در نقاط مختگر........لف، موجب ایجاد حرکت خالص سیال و در نتیجه ملکولِ نوع B بشود. برای نزدیک شدن به این مسئله، ما مسئله‌ای ساده‌تر، اما قابل سنجش در آزمایشگاه را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

دینامیکِ جفت‌شده‌ی دو ریزکره:

مطابق شکل دو کره‌ی صلب به شعاعِ a در دو تله‌ی نوری، به‌دام افتاده‌اند. فاصله‌ی میان مرکز دو تَله L و ضریبِ سختیِ هر تَله K_S می‌باشد. در این‌صورت حرکت دو کره، به واسطه‌ی برهم‌کنش هیدرودینامیکیِ آنها، همبسته می‌شود. اما از آن جایی‌که تقارن راست به چپ $(x \to -x)$ هنوز نشکسته‌است، این همبستگی موجب ایجاد

جریان خالص در سیال نخواهد شد. پرسش این است، که اگر با اعمال گرادیانِ دمایِ $\vec{\nabla}T = |\vec{\nabla}T|\hat{x}$ تقارن راست به چپ را بشکنیم، آیا ممکن است حرکت جفت‌شده‌ی دو کره موجب اعمال نیروی خالصی به سیال، و در نتیجه حرکت سیال در جهت $+\hat{x}$ یا $-\hat{x}$ بشود؟

اگر به یک کره‌ی تنها در سیالِ وشکسان (یعنی $Re \ll 1$، که Re عدد رِینولدز می‌باشد) نیرویِ ثابت $\vec{F}$ را وارد کنیم، با سرعتِ $\vec{V} = \vec{F}/6\pi\eta a$ حرکت می‌کند، که η گرانروی سیال است [۶ و۷]. اما اگر کره‌ی دیگری با همان شعاع و درفاصله‌ی $\vec{r} = r\hat{r}$ از کره‌ی اول حرکت نماید، میدان سرعت سیال را در اطراف خود و نیز در اطرافِ کره‌ی اول تغییر می‌دهد. در این حالت سرعت سیال در محل هریک از دو کره تابعی خطی از نیرویی که همان کره به سیال وارد می‌کند، و نیز نیروی واردشده از سوی کره‌ی دیگر خواهد بود [۷]:



شکل ۱. نمایی از دو کره‌ی به دام انداخته شده، در دو تله‌ی نوری. حرکت دو کره به واسطه‌ی برهم‌کنش‌های هیدرودینامیکی جفت شده است. اعمال گرادیان دما، جفت شدگی مزبور را طوری تغییر می‌دهد که این مجموعه از فواصلِ دور شبیه به یک نیروی نقطه‌ای خالص دیده خواهدشد.

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_r\\ \dot{x}_l\end{pmatrix} = \{\frac{\mathbf{I}}{6\pi\eta\,\mathrm{a}} + \frac{1}{8\pi\eta\, r}\begin{pmatrix}0 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix}\}\begin{pmatrix}f_r\\ f_l\end{pmatrix} = \widehat{\boldsymbol{O}}\begin{pmatrix}f_r\\ f_l\end{pmatrix} \qquad (1)$$

ما برای سادگی حرکتِ دو کره را در راستای خط واصلِ آنها، یعنی در راستای $+\hat{x}$، در نظر می‌گیریم. همچنین فرض می‌کنیم شعاعِ دو کره بسیار کوچکتر از فاصله‌ی میان آنها می‌باشد، $\mathrm{a} \ll \mathrm{r}$. در مسئله‌ی ما فاصله‌ی دو کره $r = L + x_{\mathrm{R}} - x_{\mathrm{L}}$ است؛ که اگر خود را به افت‌وخیزهای کوچک محدود کنیم، $x_{\mathrm{R}}, x_{\mathrm{L}} \ll L$، می‌توانیم $\widehat{\boldsymbol{O}}$ را معکوس کرده و نیرویی که هریک از دو کره به سیال وارد می‌کنند را به‌دست آوریم:

$$\begin{pmatrix}f_{\mathrm{R}}\\ f_{\mathrm{L}}\end{pmatrix} = 6\pi\eta\mathrm{a}\begin{pmatrix}\dot{x}_{\mathrm{R}} - 2\varepsilon\dot{x}_{\mathrm{L}}\\ \dot{x}_{\mathrm{L}} - 2\varepsilon\dot{x}_{\mathrm{R}}\end{pmatrix} + 6\pi\eta\mathrm{a}\begin{pmatrix}2\varepsilon\frac{x_{\mathrm{R}} - x_{\mathrm{L}}}{l}\dot{x}_{\mathrm{L}}\\ 2\varepsilon\frac{x_{\mathrm{R}} - x_{\mathrm{L}}}{l}\dot{x}_{\mathrm{R}}\end{pmatrix} + O(\varepsilon^2) \qquad (2)$$

با دانستن f_{R}، f_{L} معادله‌ی لانژون [۸] را برای دو کره می‌نویسیم:

$$0 = -K_s x_{\mathrm{R}} - f_{\mathrm{R}} + \xi_{\mathrm{R}}(t) \qquad (3)$$

$$0 = -K_s x_{\mathrm{L}} - f_{\mathrm{L}} + \xi_{\mathrm{L}}(t). \qquad (4)$$

جمله $-K_s x$ نیروی فنریِ تله‌ی نوری، و $\xi(t)$ نوفه‌ی‌ناشی از افت‌وخیز سیال است. نوفه، نیرویی با متوسط صفر $\langle\xi_i(t)\rangle = 0$ و توزیع گاوسی است: $\langle\xi_i(t)\xi_i(t')\rangle = 2k_{\mathrm{B}}T_i \times (6\pi\eta a)\delta(t - t')$؛ که k_{B} ثابت بولتزمن و T_i مقدار دما در محل کره‌ی iام می‌باشند. همچنین نوفه‌ی وارد بر دو کره نیز از طریق تانسور اوسین به هم وابسته هستند [۹]:

$$\langle\xi_{\mathrm{R}}(t)\xi_{\mathrm{L}}(t')\rangle = 2k_{\mathrm{B}}(\tfrac{T_{\mathrm{R}} + T_{\mathrm{L}}}{2}) \times (6\pi\eta\mathrm{a})\,\hat{O}^{-1}\delta(t - t') \qquad (5)$$

نیرو و جریان خالص!

با حل معادلات بالا، دو نیروی $f_{\rm R}$ و $f_{\rm L}$ را به‌دست می‌آوریم [۹]. اگر به میدانِ سرعت سیال در فواصلِ دور ($r \gg L$) علاقه‌مند باشیم، مجموعِ دو نیرو $\vec{F}_{\rm tot} = \vec{f}_{\rm R} + \vec{f}_{\rm L}$، به صورت چشمه‌ای نقطه‌ای برای سرعت سیال عمل خواهدکرد [۹]. در غیاب گرادیانِ دما، $\vec{F}_{\rm tot}$ به‌طور متوسطِ صفر می‌باشد. اما اگر $\vec{\nabla}T \neq 0$ باشد، مقدارِ متوسط $\vec{F}_{\rm tot}$ به:

$$\langle \vec{F}_{tot} \rangle = -4\varepsilon^2 K_B \vec{\nabla} T \tag{10}$$

تصحیح می‌شود[۹]. این یعنی ناظر دور، حرکت سیال را همان‌گونه ثبت می‌کند که وقتی نیروی نقطه‌ای و غیرِ صفرِ $-4\varepsilon^2 K_B \vec{\nabla} T$ به سیال وارد می‌شد، ثبت می‌کرد. برای فواصل نزدیک اما، باید اثر هر یک از دو کره را مستقلا در نظر بگیریم. مثلا، سرعت در نقطه‌ی **C** در میان دو کره (شکل ۱) از رابطه‌ی $V_c = (f_r + f_l)/2\pi\eta L + (f_l x_l - f_r x_r)/\pi\eta L^2$ به دست می‌آید؛ که مقدار متوسط آن:

$$\langle \overline{V}_c \rangle = -12\, \varepsilon^2 \frac{K_B \vec{\nabla} T}{4\pi\eta L} = \frac{3}{4\pi\eta L} \langle \vec{F}_{tot} \rangle \tag{11}$$

خواهد بود [۹]. دو معادله (۱۰) و (۱۱) نیرو و جریان خالصی متناسب با $\varepsilon^2 K_B \vec{\nabla} T$ را نشان می‌دهند.

دینامیکِ واهلشی مسئله (*dissipative dynamics*) امکانِ ربط‌دادن این عبارت‌ها را به گرادیان یک انرژی موثر (یعنی $\langle \vec{F}_{tot} \rangle = -\vec{\nabla} U_{eff}$) نمی‌دهد. اما از ملاحظات ابعادی، می‌توان انتظار داشت که $\langle \vec{F}_{tot} \rangle$ با گرادیان افت‌وخیزِ گرمایی متناسب باشد، $\langle \vec{F}_{tot} \rangle = -\vec{\nabla}(K_B T)$. از طرف دیگر از آنجایی‌که برهمکنش هیدرودینامیکی میان دو کره عامل ایجاد نیروی خالص است، $\langle \vec{F}_{tot} \rangle$ باید با حاصل ضرب شعاع دو کره، یعنی $a \times a = a^2$، نیز متناسب باشد [۹]. حال برای اینکه بُعدِ $\langle \vec{F}_{tot} \rangle$ صحیح به‌دست آید، به‌ناچار باید $\langle \vec{F}_{tot} \rangle \propto (\mathrm{a}^2 \times K_B \vec{\nabla} T)/\mathrm{L}^2 \propto \varepsilon^2 K_B \vec{\nabla} T$ باشد. این همان چیزی است که در معادله‌ی (۱۰) یافته‌ایم.

تا جایی‌که ما می‌دانیم، این اولین‌بار است که به دو ذره‌ی برهمکنش کننده در حضور گرادیان دما، به شکل یک نیروی نقطه‌ای خالص نگاه شده‌است. این نتیجه هم به لحاظ تجربی قابل سنجش است، و هم می‌تواند در درک پدیده‌ی سُره کمک نماید. اما، در تمام این محاسبه، ما از وابستگی وُشکسانیِ سیال، $\boldsymbol{\eta}$، به دمای محیطی صرف‌ِنظر کردیم. برای گام بعدی باید این وابستگی را هم در نظر بگیریم تا بتوانیم تصویری کامل و قابل مقایسه با تجربه عرضه نماییم.

مرجع ها

[1] M.C. Marchetti, *et. al.*, Rev. Mod. Phys. **85**, no.3 (2013).
[2] C. Ludwig, Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien Math.Naturwiss. Kl **20**, 539 (1856).
[3] C. Soret, Arch. Sci. **3**, 48 (1879).
[4] S. Wiegand, Journal of Physics: Condensed Matter **16**, R357 (2004).
[5] C. Debuschewitz and W. Köhler, Phys. Rev. Lett. **87**, 055901 (2001).
[6] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Fluid Mechanics: Volume 6*, Pergamon Books Ltd (1987).
[7] J. Happel and H. Brenner, Low Reynolds Number Hydrodynamics, Kluwer, New York (1983).
[8] W. Russel, et.al. *Colloidal dispersions*, Cambridge University Press (1989).
[9] G. Najafi GolVandani, F.Salari, and SN Rasuli, unpublished.