Institute for Research in Fundamental Sciences
مقاله نامه ی بیست و ششمین کنفرانس بهاره فیزیک- ۲۲-۲۳ خرداد ماه ۱۳۹۸
شماره(۴۱)

محاسبه نرخ تولید اسکالرهای شوئینگر در dS_4 در حضور یک میدان الکتریکی وابسته به زمان

فاطمه منعمی، فرهاد زمانی

دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان

چکیده

در این مقاله تولید زوج اسکالرهای شوینگر در فضازمان دوسیته (۳+۱)-بعدی در یک میدان الکتریکی وابسته به زمان بررسی شده است. چون معادله حرکت مربوطه حل دقیقی ندارد، از روش تقریب مجانبی یکنواخت برای حل آن استفاده کردیم. در این روش ماهیت نقاط بازگشت معادله حرکت مربوطه نقش مهمی دارند. به شرطی که $b\rangle 0$ باشد، معادله حرکت دارای یک نقطه بازگشت حقیقی است. این نقطه بازگشت را برای میدان الکتریکی ضعیف به‌دست آورده و پاسخ تقریبی معادله حرکت را می‌یابیم. به کمک آن نرخ تولید ذره را در این حالت به‌دست می‌آوریم.

معادله کلاین-گوردن در فضازمان دوسیته

به منظور مطالعه اثر شوینگر در فضازمان دوسیته (۳+۱)-بعدی، ابتدا لاگرانژی الکترودینامیک کوانتومی برای یک میدان اسکالر φ به جرم m و بار e را در نظر می‌گیریم[1-4] :

$$\mathcal{L}=\sqrt{-g}\{-g^{\mu\nu}(\partial_\mu-ieA_\mu)\varphi^*(\partial_\nu+ieA_\nu)\varphi-(m^2+\xi R)\varphi^*\varphi-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\} \qquad (1)$$

متریک فضازمان زمینه dS_4 را به‌صورت زیر می‌گیریم:

$$ds^2=\Omega^2(\eta)(-d\eta^2+dx^2+dy^2+dz^2) \qquad (2)$$

به‌طوری‌که زمان همدیس η برحسب ثابت هابل بصورت $\Omega(\eta)=-\frac{1}{H\eta}$ است و $\eta\in(-\infty,0)$. در این فضازمان زمینه، میدان الکتریکی وابسته به زمانی را در نظر می‌گیریم که با پتانسیل برداری زیر داده می‌شود:

$$A_\mu(\eta)=-E_0\eta\delta_\mu^z \qquad (3)$$

ناظری با چار-بردار سرعت u^μ ($u^\mu u_\mu=-1$ ،$u^i=0$) ، میدان الکتریکی $E_\mu=u^\nu F_{\mu\nu}=-E_0H\eta\delta_\mu^z$ را در راستای z اندازه می‌گیرد که چگالی انرژی آن برابر با $E_\mu E^\mu=E_0^2H^4\eta^4$ است.

از لاگرانژی (1) معادله حرکت φ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\varphi''+2\frac{a'}{a}\varphi'-\partial_i^2\varphi-2ieA_z\partial_z\varphi+e^2A_z{}^2\varphi+m_{ds}{}^2a^2\varphi=0, \qquad (4)$$

با در نظرگرفتن جواب‌های φ به‌صورت $\varphi=\Omega^{-1}(\eta)e^{i\vec{k}.\vec{x}}\phi(\eta)$، معادله (4) بصورت زیر درمی‌آید:

$$\phi''+[k^2+(\frac{m_{ds}^2}{H^2}-2)\frac{1}{\eta^2}-2eE_0k_z\eta+e^2E_0^2\eta^2]\phi=0 \qquad (5)$$

که $k^2=k_x^2+k_y^2+k_z^2$. بهتر است معادله (5) را با تغییر متغیر $y=-k_z\eta$ (با حدود $y\in(0,+\infty)$) به‌صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$\frac{d^2\phi(y)}{dy^2}+[a+\frac{\tilde{b}}{y^2}+\mu y+\upsilon y^2]\phi(y)=0 \qquad (6)$$

$$a=1+\frac{k_x^2+k_y^2}{k_z^2},\qquad \tilde{b}=\frac{m_{ds}^2}{H^2}-2,\qquad \mu=\frac{2eE_0}{k_z^2},\qquad \upsilon=\frac{\mu^2}{4}=(\frac{eE_0}{k_z^2})^2$$

این معادله حل دقیقی ندارد، بنابراین باید از روش های تقریبی برای حل آن استفاده کنیم.

تقریب مجانبی یکنواخت

برای حل معادله (5) از روش تقریب مجانبی یکنواخت استفاده می‌کنیم [5-7]. مطابق با مراجع [5,6]، ابتدا باید معادله (6) را به شکل استاندارد زیر نوشت:

$$\frac{d^2\phi_\pm(y)}{dy^2}=\{\lambda^2\hat{g}(y)+q(y)\}\phi_\pm(y), \tag{7}$$

$$\lambda^2\hat{g}(y)+q(y)=-[a+\frac{\tilde{b}}{y^2}+\mu y+\upsilon y^2] \tag{8}$$

تابع $\lambda^2\hat{g}(y)$ در $y=0$ و $y=+\infty$ دو قطب مرتبه ۲ دارد. مطابق با مرجع [5,6]، با نوشتن بسط سری لوران توابع $\lambda^2\hat{g}(y)$ و $q(y)$ حول $y=+\infty$ و $y=0$ و متناهی بودن تابع کنترل خطای متناظر در تقریب مجانبی یکنواخت، توابع $\lambda^2\hat{g}(y)$ و $q(y)$ بصورت زیر بدست می‌آیند:

$$q(y)=-\frac{1}{4y^2},\qquad \lambda^2\hat{g}(y)=-[a+\frac{b}{y^2}+\mu y+\upsilon y^2],\qquad b=\frac{{m_{ds}}^2}{H^2}-\frac{9}{4}. \tag{9}$$

نقاط بازگشت

نقاطی که تابع $\lambda^2\hat{g}(y)$ در محدوده $y\in(0,+\infty)$ صفر می‌شود را نقاط بازگشت می‌گویند [6]. این نقاط می‌توانند ساده، مضاعف، حقیقی و یا مختلط باشند. ما در این مقاله حالتی را بررسی می‌کنیم که تابع $\lambda^2\hat{g}(y)$ یک ریشه حقیقی دارد واین امر به شرطی امکان پذیراست که $b\langle 0$ باشد. می‌خواهیم این ریشه را در حد میدان‌های الکتریکی ضعیف یعنی ($\mu=\frac{2eE_0}{k_z^2}\ll 1$)، بیابیم. برای این کار ابتدا معادله درجه چهار ($\lambda^2\hat{g}(y)=0$) را حل کرده و سپس جواب حاصل را برحسب توان‌های μ بسط می‌دهیم. در نتیجه داریم:

$$y_0=\frac{b\mu}{2a^2}+\sqrt{\frac{-b}{a}}+o(\mu^2) \tag{10}$$

حل تقریبی نزدیک یک نقطه بازگشت y_0

با توجه به مراجع [5,6] ، با معرفی دو متغیر جدید $U(\xi)$ و $\xi(y)$ و تبدیلات لیوویل معادله (7) بصورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\frac{d^2U(\xi)}{d\xi^2}=[\pm\lambda^2 h^{(1)}(\xi)^2+\psi(\xi)]U(\xi) \tag{11}$$

با چشم‌پوشی کردن از تابع $\psi(\xi)$ و انتخاب تابع $h^{(1)}(\xi)^2$ بصورت $h^{(1)}(\xi)^2=\pm\xi$، جوب معادله (11) و نهایتا (7) برحسب توابع ایری داده می‌شود:

$$\phi_\pm=(\frac{\xi(y)}{\hat{g}(y)})^{1/4}[\alpha_0 Ai(\lambda^{2/3}\xi)+\beta_0 Bi(\lambda^{2/3}\xi)] \tag{12}$$

برای تعیین ثابت‌های انتگرال‌گیری α_0 و β_0، ابتدا باید با حل معادله هامیلتون- ژاکوبی رفتار جواب‌ها را در حالت‌های حدی بررسی کرد. با کمی محاسبه خواهیم دید:

$$\lim_{y\to+\infty}\phi(y)\simeq e^{-i\sqrt{\upsilon}y^2/2} \quad \text{و} \quad \lim_{y\to 0}\phi(y)\simeq e^{\pm\sqrt{-b}\ln y} \qquad (13)$$

بطوریکه + (−) متناظر با بسامد مثبت (منفی) است. سپس این جواب‌ها را با شکل مجانبی توابع ایری مقایسه می‌کنیم. از مقایسه جواب‌ها در حالت حدی $y\to+\infty$ یا $(\xi\to-\infty)$، ضرایب $\alpha_0=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\lambda^{-1/3}$ و $\beta_0=-i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\lambda^{-1/3}$ بدست می‌آیند. با در نظرگرفتن حالت حدی $y\to 0(\xi\to+\infty)$، جواب تقریبی معادله (12) بصورت زیر است:

$$\phi(y)\simeq\left(\frac{1}{\hat{g}(y)}\right)^{\frac{1}{4}}\frac{1}{\sqrt{2\lambda}}\left[e^{-\frac{2}{3}\xi^{3/2}}-ie^{\frac{2}{3}\xi^{3/2}}\right] \qquad (14)$$

با محاسبه $\frac{2}{3}\xi^{3/2}$ در حد $y\to 0$ برای میدان‌های الکتریکی ضعیف، داریم:

$$\frac{2}{3}\xi^{3/2}=\int_y^{y_0}\sqrt{\hat{g}(y)}dy=\frac{\pi b}{8a^{3/2}}\mu+\frac{\sqrt{-b}}{2}\ln\left(\frac{-b}{a}\right)-\sqrt{-b}-\sqrt{-b}\ln y+\sqrt{-b}\ln 2 \qquad (15)$$

بنابراین حالت نهایی ترکیبی از مدهای فرکانس مثبت و منفی است. با توجه به معادله (13)، ضرایب بوگولییف α,β بصورت زیر بدست می‌آیند بطوریکه همواره $|\alpha|^2-|\beta|^2=1$است:

$$\alpha=\frac{e^{\theta}}{\sqrt{2\sinh(2\theta)}} \quad \text{و} \quad \beta=\frac{-ie^{-\theta}}{\sqrt{2\sinh(2\theta)}} \qquad (16)$$

و θ را تعریف کردیم:

$$\theta=\frac{-\pi b}{8a^{3/2}}\mu-\frac{\sqrt{-b}}{2}\ln\left(\frac{-b}{a}\right)+\sqrt{-b}-\sqrt{-b}\ln 2$$

بنابراین نرخ تولید ذره به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$|\beta|^2=[\exp(4\theta)-1]^{-1} \qquad (17)$$

نتیجه گیری

در این مقاله ما تولید اسکالرهای شوینگر در فضازمان دوسیته (۱+۳)-بعدی را در حضور یک میدان الکتریکی وابسته به زمان مطالعه کردیم. معادله حرکت حاصل، حل دقیقی ندارد و از روش تقریب مجانبی یکنواخت برای حل آن استفاده کردیم. درادامه با محاسبه ضرایب بوگولییف توانستیم نرخ تولید ذرات یعنی $|\beta|^2$ را محاسبه کنیم. دیده می‌شود که در حد $E_0\to 0$، مقدار $|\beta|^2\propto 1/E_0|b|$ واگرا می‌شود. به عبارت دیگر در حد میدان الکتریکی ضعیف نرخ تولید ذره بزرگ است واین نشان‌دهنده رسانندگی بسیار بزرگ در این ناحیه است.

مراجع

[1] M.B. Frob, J. Garriga, S. Kanno, M. Sasaki, J. Soda, T. Tanaka and A.Vilenkin , *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **04**, 009 (2014).
[2] T. Kobayashi and N. Afshordi, *J. High Energy Phys.* **10**, 166 (2014).
[3] C. Stahl, E. Strobel, and S.-S. Xue, *Phys. Rev. D* **93**, 025004 (2016).
[4] E. Bavarsad, C. Stahl, and S.-S. Xue, *Phys. Rev. D* **94**, 104011 (2016).
[5] F.W.J. Olver, *Phil. Trans. R. Soc. A* **278**, 137 (1975); See also F.W.J. Olver, *Asymptotics and Special Functions* (AKP Classics, Wellesley, 1977).
[6] T. Zhu, A. Wang, K. Kirsten, G. Cleaver and Q. Sheng, *Phys. Rev* D **93,** 123525 (2016).
[7] J.-J. Geng, B.-F. Li, J. Soda, A. Wang, Q. Wu and T. Zhu, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **02**, 018 (2018).