

## مقاله نامه بیست و دومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۱-۳۰ اردیبهشت ۱۳۹۴)

### اثر یک سیاهچاله ایتیکی بر آهنگ گسیل خودبه خودی یک اتم دو ترازوی

احسان عموقربان، علی مهدیفر، مهناز توکلی کچی

دانشگاه شهرکرد، دانشکده علوم، گروه فیزیک

#### چکیده

در این مقاله به منظور بررسی اثرات کوانتومی یک سیاهچاله ایتیکی، نخست سیاهچاله ایتیکی را توسط مجموعه‌ای از لایه‌های استوانه‌ای شکل هم‌مرکز الگو سازی می‌کنیم. بطوری که ثابت گذردهی الکتریکی هر لایه ثابت ولی در راستای شعاعی مقادیر آن‌ها متناسب با عکس مربع فاصله از مرکز کاهش می‌یابد. در نهایت با بکاربردن کوانتس میدان‌های الکترومغناطیسی به روش پدیده شناختی، گسیل خودبخودی یک اتم دو ترازه برانگیخته که در مجاورت چنین سیاهچاله ایتیکی است را محاسبه می‌کنیم.

سیاهچاله‌ها اجرام چگالی هستند که در اکثر هسته‌های کهکشان‌ها یافت می‌شوند. با توجه به این که سیاهچاله‌ها توسط ابرهای حامل گازهای داغ احاطه شده‌اند، مطالعه جزئیات آن‌ها توسط اخترشناسان با دشواری‌هایی روبرو است. از طرف دیگر محققان در بررسی‌هایی اخیر که انجام داده‌اند امکان تشکیل سیاهچاله‌های میکروسکوپی را از برخوردهای ذرات پارانرژی در شتاب‌دهنده‌ها و یا برخوردهای پرتوهای کیهانی با جو مطرح کرده‌اند. ولی این موضوعات همچنان در حال بررسی هستند. در سال‌های اخیر نیز سیاهچاله‌های الکترومغناطیسی بطور نظری مطرح شده‌اند [۱]. البته بر این اساس و با بکاربردن مواد مصنوعی متا-مواد این سیاهچاله‌ها در ناحیه‌ی بسامدی میکروموج طراحی و ساخته شده‌اند [۱-۳]. مطالعه این سیاهچاله‌ها موضوع بسیار پراهمیتی است. زیرا امکان بررسی بسیاری از پدیده‌های فیزیکی را که در مجاورت سیاهچاله‌های واقعی ممکن پذیر نبود را برای ما فراهم می‌کنند. تاکنون بررسی‌ها و شبیه سازی‌های سیاهچاله‌های ایتیکی در حوزه‌ی کلاسیک انجام گرفته است و به ندرت ویژگی‌های کوانتومی آن‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است. از طرف دیگر با توجه به اینکه گسیل خودبخودی یک اتم دو ترازه برانگیخته یک پدیده‌ی صرفاً کوانتومی است که برای توصیف آن به کوانتس میدان الکترومغناطیسی در حضور ماده نیاز است، در اینجا به بررسی این پدیده در حضور سیاهچاله‌های ایتیکی می‌پردازیم. مطابق مرجع [۴]، ساختارهای استوانه‌ای شکل با ثابت گذردهی الکتریکی

$$\varepsilon(\omega) = \begin{cases} 1 & r > a_1 \\ \frac{a_1^2}{r^2} & a_c < r < a_1 \\ \varepsilon'_c + i\varepsilon''_c & r < a_c \end{cases} \quad (1)$$

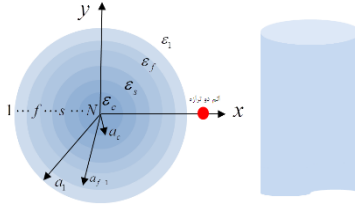
که شعاع بیرونی آن در رابطه قیدی  $a_1 = a_c \sqrt{\varepsilon'_c}$  صدق می‌کند می‌توانند مشابه ایتیکی سیاهچاله‌ها را برای ما فراهم کنند. در عمل ساخت چنین ساختارهای ناهمگنی با بکاربردن تعداد زیادی لایه‌های هم‌مرکز با گذردهی‌های الکتریکی ثابت فراهم می‌شود. از این رو مطابق شکل ۱، سیاهچاله ایتیکی را توسط  $N-2$  لایه استوانه‌ای هم‌مرکز که ثابت گذردهی الکتریکی هر لایه در ناحیه  $a_1 < r < a_c$  از رابطه‌ی

$$\varepsilon(\omega) = \frac{a_1^2}{a_{f-1}^2} \left( 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \right)$$

به دست می‌آید الگوسازی می‌کنیم. در این جا  $\omega_p$  بسامد پلاسما و  $\gamma$  ضریب جذب پوشش است و  $f$  مکان

## مقاله نامه بیست و دومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۱-۳۰ اردیبهشت ۱۳۹۴)

لایه‌های مختلف را برچسب می‌زند. در این جا مطابق نمونه ساخته شده در مرجع [۴]، پارامترهای هندسی و ثابت دی‌الکتریک ناحیه مرکزی را به ترتیب  $a_1 = 60\text{mm}$ ،  $a_2 = 120\text{mm}$ ،  $\epsilon'_c = 4$  و  $\epsilon''_c = 0.33$  در نظر می‌گیریم. به منظور بررسی اثر سیاه‌چاله اپتیکی بر آهنگ گسیل خودبخودی، یک اتم دوترازه برانگیخته با بسامد گذار  $\omega_A$  را در مکان  $\mathbf{r}_A$  از مرکز پوشش قرار می‌دهیم.



شکل ۱: نمایی از ساختار استوانه‌ای شکل و سطح مقطع عرضی سیاه‌چاله اپتیکی.

اکنون با استفاده از روش پدیده‌شناختی در کوانتس میدان الکترومغناطیسی در حضور محیط‌های دی‌الکتریک جاذب و پاشنده [۵]، هامیلتونی برهم‌کنش اتم دوترازی برانگیخته مزبور با میدان الکترومغناطیسی در حضور سیاه‌چاله اپتیکی و در تقریب دوقطبی الکتریکی و امواج چرخان به شکل زیر نوشته می‌شود

$$\hat{H} = \int d^3r \int_0^\infty d\omega \hbar \omega \mathbf{f}^\dagger(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{r}, \omega) + \frac{1}{2} \hbar \omega_A \sigma_z - [\sigma^\dagger \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}_A) \cdot \boldsymbol{\mu} + H.c.]. \quad (2)$$

در این جا عملگر نابودی  $\mathbf{f}(\mathbf{r}, \omega)$  برانگیختگی‌های میدان و ماده را نشان می‌دهد و کت‌های حالت  $|l\rangle$  و  $|u\rangle$  به ترتیب بیانگر حالت پایه و برانگیخته اتم مزبور و عملگرهای  $\hat{\sigma} = |l\rangle\langle u|$  و  $\hat{\sigma}^\dagger = |u\rangle\langle l|$  به ترتیب عملگرهای پائولی پایین برنده و بالابرنده و  $\hat{\sigma}_z = |u\rangle\langle u| - |l\rangle\langle l|$  است. کمیت  $\mu$  که دارای درایه ماتریسی  $\langle u | \mu_A | l \rangle = \langle l | \mu_A | u \rangle$  است بیانگر گشتاور دوقطبی اتم دو ترازه است. با فرض اینکه اتم در ابتدا در تراز برانگیخته و بقیه‌ی سامانه در حالت پایه هستند، بردار حالت سامانه در زمان  $t$  به صورت زیر نوشته می‌شود

$$|\psi(t)\rangle = C_u(t) e^{-i(\omega_A/2)t} |u\rangle |0\rangle + \int d^3r \int_0^\infty d\omega C_{li}(r, \omega, t) e^{-i(\omega - \omega_A/2)t} |l\rangle |l_i(r, \omega)\rangle, \quad (3)$$

که در آن ضرایب  $C_{li}(r, \omega, t)$  و  $C_u(t)$  به ترتیب دامنه‌های احتمال پیدا کردن سامانه در حالت اولیه  $|u\rangle |0\rangle$  و حالت نهایی  $|l\rangle |l_i(r, \omega)\rangle$  هستند. بسامد  $\omega_A$  در این جا به صورت  $\omega_A = \omega_u - \omega_l$  تعریف می‌شود. اکنون به منظور بررسی تحول زمانی سامانه مزبور در تصویر شرودینگر، با استفاده از معادله‌ی شرودینگر و جایگذاری بردار حالت سامانه (۳) به رابطه زیر می‌رسیم

$$\dot{C}_u(t) = \int dt' \bar{K}(t-t') C_u(t'), \quad (4)$$

که  $\bar{K}(t-t')$  تابع کرنل است و به صورت زیر به تانسور گرین سامانه در مکان  $\mathbf{r}_A$  و بسامد گذار اتم وابسته است

$$\bar{K}(t-t') = -\frac{k_A^2 \mu_i \mu_j}{\hbar \pi \epsilon_0} \times \int_0^\infty d\omega e^{-i(\omega - \omega_A)(t-t')} \text{Im} G_{ij}(r_A, r_A, \omega). \quad (5)$$

رابطه‌ی بالا که یک معادله‌ی انتگرالی جفت شده است را در رژیم جفت‌شدگی ضعیف و با به کار بردن تقریب مارکوف حل می‌کنیم. با انجام محاسبات طولانی مشاهده می‌کنیم که دامنه واپاشی تراز برانگیخته  $C_u(t)$  به صورت  $\exp\left[-\frac{1}{2}\Gamma + i\delta\omega\right]$  به دست می‌آید که  $\Gamma$  آهنگ گسیل خودبخودی اتم دو تراز و  $\delta\omega$  جابجایی لمب به صورت زیر تعریف می‌شوند

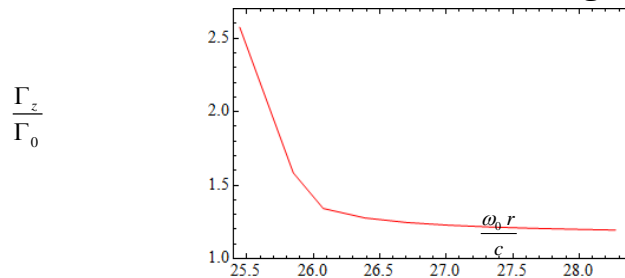
$$\Gamma = \frac{2\omega_A^2 \mu_i \mu_j}{\hbar \epsilon_0 c^2} \text{Im} G_{ij}(r_A, r_A, \omega_A), \quad \delta\omega = \frac{\omega_A^2 \mu_i \mu_j}{\hbar \pi \epsilon_0 c^2} P \int_0^\infty d\omega \frac{\text{Im} G_{ij}(r_A, r_A, \omega)}{\omega - \omega_A}. \quad (6)$$

## مقاله نامه بیست و دومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۱-۳۰ اردیبهشت ۱۳۹۴)

در رابطه‌ی بالا به وضوح مشخص است که گسیل خودبخودی اتم به قسمت موهومی تانسور گرین سامانه مورد نظر بستگی دارد. اکنون با فرض اینکه جهت گشتاور دو قطبی الکتریکی در راستای محور  $Z$  است و بکار بردن تانسور گرین معرفی شده برای یک چند لایه‌ای استوانه‌ای شکل در مرجع [۶]، آهنگ گسیل خودبخودی در حضور سیاه‌چاله اپتیکی به شکل زیر بیان می‌شود

$$\frac{\Gamma_z}{\Gamma_0} = 1 + \frac{6\pi}{\omega} \text{Im} \left[ \frac{2i}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dh \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2 - \delta_n^0)}{\eta_n^2} \left[ c_{1\nu}^{11'} N_{\sigma\eta}^{(1)}(h) N_{\sigma\eta}^{(1)}(-h) \right] \right]. \quad (7)$$

در این‌جا  $\Gamma_0 = \omega_A^3 \mu^2 / 3\hbar \pi c^3 \epsilon_0$  آهنگ گسیل خودبخودی اتم در خلاء است و از تعریف ضرایب بکاربرده شده در رابطه بالا به دلیل طولانی بودن و کمبود فضا خودداری می‌کنیم. البته این ضرایب در مراجع [۶ و ۷] تعریف شده‌اند.



شکل ۲: تغییرات مولفه  $Z$  آهنگ گسیل خودبخودی با فاصله بدون بعد  $\frac{\omega_0 r}{c}$  را نشان می‌دهد. در این‌جا سیاه‌چاله اپتیکی با ۵ لایه‌ی استوانه‌ای هم‌مرکز الگوسازی شده است و پارامترهای ثابت گذردهی به صورت  $\omega_p/\omega_0 = 0.01$  ،  $\gamma/\omega_0 = 0.01$  و  $\omega/\omega_0 = 0.01$  در نظر گرفته شده‌اند.

### نتیجه‌گیری

با توجه به پیچیدگی رابطه (۷)، نتایج عددی آن در شکل ۲ برحسب فاصله رسم شده است. از آنجا که تغییر شرایط مرزی و حضور محیط‌های مادی به دلیل تغییر در چگالی حالت‌های میدان تابشی موجب تغییر آهنگ گسیل خودبخودی می‌شوند، لذا انتظار آن را داشتیم تا آهنگ گسیل خودبخودی نسبت به خلاء تغییر کند. ولی با توجه به این‌که اتم برانگیخته در نزدیکی یک سیاه‌چاله اپتیکی واقع است، انتظار داشتیم که آهنگ گسیل خودبخودی تغییرات بسیار شدیدتری را از خود نشان بدهد. البته ممکن است این تغییرات کم آهنگ گسیل خودبخودی مرتبط با رژیم ضعیفی است که ما در این‌جا بکار برده‌ایم. مولفه‌های دیگر آهنگ گسیل خودبخودی نیز رفتار مشابه‌ای را از خود نشان می‌دهند. اگرچه با محاسبه آهنگ گسیل خودبخودی به تنهایی نمی‌توان یک نتیجه‌گیری کلی کرد. ولی حداقل می‌توان گفت که عملکرد سیاه‌چاله‌های اپتیکی در این حوزه همانند سیاه‌چاله‌های واقعی نیست.

### سپاسگزاری

نویسندگان از معاونت تحصیلات تکمیلی دانشگاه شهرکرد برای حمایت‌های انجام شده قدردانی می‌نمایند.

### مرجع‌ها

- [۱] H. Chen, R.-X. Miao, and M. Li, *Opt. Express* **18**, 15183 (2010).
- [۲] H.W. Wang and L.-W. Chen, *J. Appl. Phys* **109**, 103104 (2011).
- [۳] Q. Cheng, T. J. Cui, W. X. Jiang, and B. G. Cai, *N. J. Phys* **12**, 063006 (2010).
- [۴] W. Lu, J. Jin, Z. Lin, and H. Chen, *J. Appl. Phys* **108**, 064517 (2010).
- [۵] H. T. Dung, L. Knöll, and D. G. Welsch, *Phys. Rev A* **62**, 053804 (2000).
- [۶] L.W. Li, M. S. Leong, T.S. Yeo, and P. S. Kooi, *J. Electromag. Wave Applicat* **14**, 961 (2000).
- [۷] Z. Xiang and Y. Lu, *IEEE Trans. Microwave Theory Tec*, **44**, 614 (1996).