مقاله نامه بیست و دومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۱-۳۰ اردیبهشت ۱۳۹۴)

الکترودینامیک کوانتومی اسکالر در فضای ناجابجایی

معصومه قاسم خانی،الهام نوری

دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، اوین، تهران

چکیده

ابتدا نمودارهای فاینمن خود – انرژی فوتون را در سطح تک حلقه در چارچوب دومدل الکترودینامیک اسپینوری ناجابجایی و الکترودینامیک کوانتومی اسکالر ناجابجایی بررسی کرده و در نهایت نتایج حاصل از محاسبه نمودارهای مربوطه را نشان خواهیم داد.

مقدمه ای کوتاه بر تاریخچه ناجابجایی

مطالعه تئوری میدان ناجابجایی در سال ۱۹۹۹ از تئوری ریسمان ناشی شد. دینامیک ریسمان های باز در سطح انرژی پایین بوسیله تئوری میدان کوانتومی ناجابجایی توصیف می شود. ناجابجایی مختصات به صورت تعمیم روابط معمول مکانیک کوانتومی در نظر گرفته می شود[۱]. که این مختصات در روابط کانونی زیر صدق میکنند، $[\hat{X}_\mu, \hat{X}_\nu] = i\theta_{\mu\nu}$

که در رابطه فوق $\theta^{\mu\nu}$ یک ماتریس پادمتقارن با بعد مجذور طول می باشد[2,3,4] .

حال به جای کارکردن در فضایی که عملگرها وابسته به مختصاتی هستند که جابجا نمی شوند، می توان با توابع کار کرد با این تفاوت که ضرب معمولی بین عملگرها به ضرب ستاره بین توابع تبدیل می شود.

$$f(x) \star g(x) \equiv \exp\left(\frac{i\theta_{\mu\nu}}{۲}\frac{\partial}{\partial a_\mu}\frac{\partial}{\partial b_\nu}\right) f(x+a)g(x+b)\Big|_{a=b=۰}$$

لاگرانژی الکترودینامیک کوانتومی اسپینوری و اسکالری ناجابجایی

لاگرانژی الکترودینامیک کوانتومی ناجابجایی مشابه لاگرانژی الکترودینامیک کوانتومی جابجایی است با این تفاوت که ضرب معمولی به ضرب ستاره تبدیل می شود و همچنین بعلّت حضور ضرب ستاره و جابجاگر مویال در تعریف تانسور شدت میدان ناجابجایی، تقارن تئوری های الکترودینامیک کوانتومی اسپینوری و اسکالری از نوع $U_\star(۱)$ می باشد. مطابق معمول، تئوری پیمانه ای شامل دو بخش میدان پیمانه ای و میدان های ماده می باشد.

$$S_g = -\frac{۱}{۴}\int d^dx F_{\mu\nu}(x)\star F^{\mu\nu}(x) \qquad\qquad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + ie[A_\mu, A_\nu]_\star$$

از آنجا که کنش میدان های پیمانه ای و اسکالری در فضای ناجابجایی دارای تقارن پیمانه ای است، جمله تثبیت پیمانه ای را به آن می افزاییم و به دلیل شباهت هایی که به نظریه کوانتومی رنگ (مدل غیرآبلی) دارد، جمله شبحی را اضافه می کنیم[3,4].

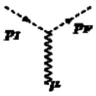
$$\begin{aligned} S_{NCQED} &= \int d^dx \quad \Big(-\frac{۱}{۴}F_{\mu\nu}\star F^{\mu\nu} + \bar{\psi}\star(i\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu - m)\star\psi \\ &- \frac{۱}{۲\xi}(\partial_\mu A^\mu)\star(\partial_\nu A^\nu) + \partial_\mu\bar{c}\star(\partial^\mu c - ie[A_\mu, c]_\star)\Big) \end{aligned}$$

$$S_{NCSQED} = \int d^dx\Big(-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}\star F^{\mu\nu} + (\mathcal{D}^\mu\phi)^*\star(\mathcal{D}_\mu\phi) - m^2\phi^*\star\phi - \frac{1}{2\xi}(\partial_\mu A^\mu)\star(\partial_\nu A^\nu) + \partial_\mu\bar{c}\star(\partial^\mu c - ie[A_\mu, c]_\star)\Big).$$

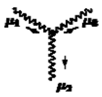
که مشتق هموردای $\mathcal{D}_\mu$ تحت نمایش بنیادی:

$$\mathcal{D}_\mu\phi = \partial_\mu\phi + ieA_\mu\star\phi \qquad \mathcal{D}_\mu\psi = \partial_\mu\psi + ieA_\mu\star\psi$$

با توجه به تعریف تانسور شدت میدان، فوتون در فضای ناجابجایی رأس های سه تایی و چهارتایی خواهد داشت و همچنین با وجود جمله شبحی در کنش هر دو تئوری مذکور خواهیم داشت:



$$2ep_f^\mu\sin\left(\frac{p_i\wedge p_f}{2}\right)$$

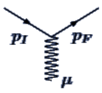


$$2e\sin\left(\frac{p_1\wedge p_2}{2}\right)\left[(p_1-p_2)^{\mu_3}g^{\mu_1\mu_2} + (p_2-p_3)^{\mu_1}g^{\mu_2\mu_3} + (p_3-p_1)^{\mu_2}g^{\mu_3\mu_1}\right]$$

$$\begin{aligned}4ie^2\Big[&\sin\left(\frac{p_1\wedge p_2}{2}\right)\sin\left(\frac{p_3\wedge p_4}{2}\right)\left(g^{\mu_1\mu_3}g^{\mu_2\mu_4} - g^{\mu_1\mu_4}g^{\mu_2\mu_3}\right)\\ &+ \sin\left(\frac{p_3\wedge p_1}{2}\right)\sin\left(\frac{p_2\wedge p_4}{2}\right)\left(g^{\mu_1\mu_4}g^{\mu_2\mu_3} - g^{\mu_1\mu_2}g^{\mu_3\mu_4}\right)\\ &+ \sin\left(\frac{p_1\wedge p_4}{4}\right)\sin\left(\frac{p_2\wedge p_3}{2}\right)\left(g^{\mu_1\mu_2}g^{\mu_3\mu_4} - g^{\mu_1\mu_3}g^{\mu_2\mu_4}\right)\Big]\end{aligned}$$

الکترودینامیک کوانتومی ناجابجایی(NCQED)

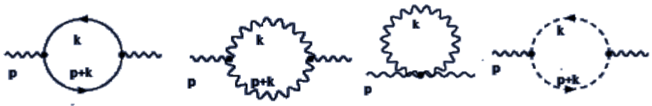
در این بخش تصحیحات خود – انرژی فوتون در فضای ناجابجایی درسطح تک حلقه و در ٤ بعد را بررسی می کنیم. قوانین فاینمن تئوری الکترودینامیک کوانتومی ناجابجایی در رأس برهمکنشی در تئوری NCQED:



$$-ie\gamma^\mu e^{\frac{i}{2}p\wedge p'}$$

با استفاده از خواص ضرب ستاره می توان نشان داد که بخش آزاد لاگرانژی تئوری ناجابجایی مشابه بخش آزاد لاگرانژی جابجایی بوده و در نتیجه شکل انتشارگرها در این فضا تغییر نمی کنند، اما رأس های برهمکنشی تصحیحاتی از فضای ناجابجایی خواهند داشت.

نمودارهای خود – انرژی فوتون در سطح تک حلقه و سهم نمودارهای a ,b ,c ,d:



(a) (b) (c) (d)

$$\Pi_a^{\mu\nu}(p) = (-1)e^2\int_0^1 dx\int\frac{d^d\ell}{(2\pi)^d}\frac{1}{[\ell^2-\Delta]^2}\mathcal{N}_a^{\mu\nu} = \frac{ie^2}{4\pi^2\epsilon}\frac{-8N_f}{3}(p^\mu p^\nu - g^{\mu\nu}p^2) + F$$

$$\mathcal{N}_a^{\mu\nu} = 4[2\ell^\mu\ell^\nu - g^{\mu\nu}\ell^2 - 2x(1-x)p^\mu p^\nu + g^{\mu\nu}(m^2 + x(1-x)p^2)]$$

$$\Pi^{\mu\nu}_{(b,c,d)}(p) = e^2\int_0^1 dx\int\frac{d^d\ell}{(2\pi)^d}\frac{1-\cos(p\wedge\ell)}{[\ell^2-\Delta]^2}\mathcal{N}^{\mu\nu}$$

$$\mathcal{N}^{\mu\nu} = 2dg^{\mu\nu}\ell^2+\ell^\mu\ell^\nu(4d-8)+\mathcal{N}_p^{\mu\nu}$$

انتگرال فوق شامل انتگرال صفحه ای و غیرصفحه ای می باشد:

$$\begin{aligned}\Pi^{\mu\nu}_{planar}(p) &= \frac{ie^2}{(4\pi)^2}\frac{1}{\epsilon}[\frac{20}{3}(g^{\mu\nu}p^2-p^\mu p^\nu)]\\ &- \frac{ie^2}{(4\pi)^2}\int_0^1 dx(g^{\mu\nu}\Delta(-20)-\mathcal{N}_p^{\mu\nu})-\frac{ie^2}{(4\pi)^2}\frac{10}{3}g^{\mu\nu}p^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Pi^{\mu\nu}_{non-planar} &= \frac{ie^2}{(4\pi)^2}\int_0^1 dx(\frac{4\pi}{\Delta})^{\frac{\epsilon}{2}}\\ &\times\{\big(2d^2+(4d-8)\big)g^{\mu\nu}(-\Delta)(\frac{z}{2})^{\frac{\epsilon}{2}-1}K_{\frac{\epsilon}{2}-1}(z)\\ &+\frac{1}{2}[2g^{\mu\nu}\tilde{p}^2d+4(d-2)\tilde{p}^\mu\tilde{p}^\nu](-\Delta^2)(\frac{z}{2})^{\frac{\epsilon}{2}-2}K_{\frac{\epsilon}{2}-2}(z)\\ &+2\mathcal{N}_p^{\mu\nu}(\frac{z}{2})^{\frac{\epsilon}{2}}K_{\frac{\epsilon}{2}}(z)\}\end{aligned}$$

اگردر انتگرال مربوط به نموداری ضریب فازی که وابسته به تکانه های داخلی است موجود نباشد، آن انتگرال و نمودار متناظر با آن را صفحه ای می نامیم و در غیر این این صورت، انتگرال را غیرصفحه ای می نامیم و در عبارت زیر N_f تعداد طعم فرمیون هاست.

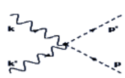
$$\Pi^{\mu\nu}_{(a,b,c,d)}(p) = \Pi^{\mu\nu}_a(p)+\Pi^{\mu\nu}_{(b,c,d)}(p)$$

$$\Pi^{\mu\nu}_{(a,b,c,d)}(p) = \frac{ie^2}{(4\pi)^2\epsilon}(\frac{20}{3}-\frac{8}{3}N_f)(g^{\mu\nu}p^2-p^\mu p^\nu)+F$$

الکترودینامیک کوانتومی اسکالر ناجابجایی(NCSQED)

قوانین فاینمن الکترودینامیک کوانتومی اسکالر ناجابجایی در رأس های برهمکنشی NCSQED:

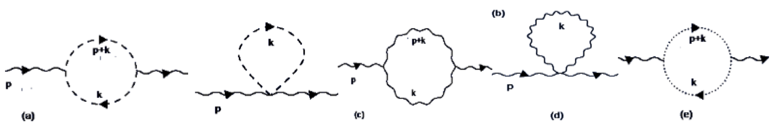
$$-ie(p+p')^\mu e^{\frac{i}{2}p\wedge p'}$$



$$2ie^2g^{\mu\nu}e^{\frac{i}{2}p\wedge p'}\cos(\frac{k\wedge k'}{2})$$

با توجه به لاگرانژی الکترودینامیک کوانتومی اسکالر ناجابجایی نمودارهای فاینمن در رأس های برهمکنشی شامل یک نمودار اضافی نسبت به تئوری الکترودینامیک کوانتومی ناجابجایی می باشد.

نمودارهای خود – انرژی فوتون در سطح تک حلقه و سهم نمودارهای a, b, c, d, e:



$$\Pi^{\mu\nu}_{(a,b)}(p) = e^2\int_0^1 dx\int\frac{d^d\ell}{(2\pi)^d}\frac{\mathcal{N}^{\mu\nu}_{(a,b)}}{[\ell^2-\Delta]^2} = \frac{-ie^2}{(4\pi)^2\epsilon}\frac{2}{3}N_b(p^2g^{\mu\nu}-p^\mu p^\nu)+F$$

$$\mathcal{N}^{\mu\nu}_{(a,b)} == 4\ell^\mu\ell^\nu+p^\mu p^\nu(1-2x)^2-2g^{\mu\nu}[\ell^2+p^2(1-x)^2-m^2]$$

$$\Pi^{\mu\nu}_{(c,d,e)}(p) = e^2\int_0^1 dx\int\frac{d^d\ell}{(2\pi)^d}\frac{1-\cos(p\wedge\ell)}{[\ell^2-\Delta]^2}\mathcal{N}^{\mu\nu}_{(c,d,e)}$$

$$\mathcal{N}^{\mu\nu}_{(c,d,e)} = 2dg^{\mu\nu}\ell^2 + \ell^\mu\ell^\nu(4d-8) + \mathcal{N}^{\mu\nu}_p$$

انتگرال فوق شامل انتگرال های صفحه ای و غیرصفحه ای می باشد:

$$\begin{aligned}\Pi^{\mu\nu}_{planar}(p) &= \frac{ie^2}{(4\pi)^2}\frac{1}{\epsilon}[\frac{20}{3}(g^{\mu\nu}p^2 - p^\mu p^\nu)] \\ &- \frac{ie^2}{(4\pi)^2}\int_0^1 dx(g^{\mu\nu}\Delta(-20) - \mathcal{N}^{\mu\nu}_p) - \frac{ie^2}{(4\pi)^2}\frac{10}{3}g^{\mu\nu}p^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Pi^{\mu\nu}_{non-planar} &= \frac{ie^2}{(4\pi)^2}\int_0^1 dx(\frac{4\pi}{\Delta})^{\frac{\epsilon}{2}} \\ &\times\{\big(2d^2 + (4d-8)\big)g^{\mu\nu}(-\Delta)(\frac{z}{2})^{\frac{\epsilon}{2}-1}K_{\frac{\epsilon}{2}-1}(z) \\ &+\frac{1}{2}[2g^{\mu\nu}\tilde{p}^2 d + 4(d-2)\tilde{p}^\mu\tilde{p}^\nu](-\Delta^2)(\frac{z}{2})^{\frac{\epsilon}{2}-2}K_{\frac{\epsilon}{2}-2}(z) \\ &+2\mathcal{N}^{\mu\nu}_p(\frac{z}{2})^{\frac{\epsilon}{2}}K_{\frac{\epsilon}{2}}(z)\}\end{aligned}$$

انتگرال های غیرصفحه ای در هر دو تئوری توابع بسلی می باشند که در سطح تک حلقه منجر به جواب های محدود می شوند و جملات واگرا فقط در انتگرال های صفحه ای مشاهده می شوند. . F دلالت بر جملات محدود داشته و N_b تعداد طعم بوزون می باشد.

نتیجه گیری

با مقایسه نتایج می بینیم که سهم نمودارهای مربوط به حلقه های تدپل، شبحی و پیمانه ای در هردو چارچوب یکسان می باشد در حالی که بعلّت تفاوت نوع میدان های ماده، سهم نمودارهای حلقه اسپینوری و اسکالری کاملاً متفاوت می باشد، همچنین تانسورهای قطبش خلأ در هر دو مدل در اتحاد وارد (Ward) صدق می کنند.

مراجع

[1] N. Seiberg and E. Witten,"*string theory and noncommutative geometry*"JHEP {/bf 9909}**,0**32(1999) [hep-th/9908142].

[2] P. K. Panigrahi, T. Shreecharan,"*Induced magnetic moment in noncommutative Chern – Simon scalar QED*", JHEP {/bf 0502} 045(2005) [hep-th/0411132].

[3] M. Hayakawa, "*perturbative analys*is on infrared aspect of noncommutative QED on R**4", Phy.Lett. **478** , 394(2000) [hep-th/99912094].

[4] T.B. Nguyen, "*The one loop QED in noncommutative space*", [hep-th/0301084].